Math. P. 522 m

Math. P.
522 m

11 B

Rechenbuch

mit besonderer Rücksicht

auf die

metrischen Maaße und Gewichte,

für Schulen,

Bau-, Forst- und Gewerbsleute

bearbeitet

von

F. M. Schwerd,

Professor am königl. Lyceum zu Speyer.

Bayerische Staatsbibliothek München

Mit einer Steintafel und einem Meter auf Papier.

Ladenpreis 48 Kreuzer.

Speyer, 1828.

In Commission der J. C. Kolb'schen Buchhandlung.

Nachricht.

Eine Schul-Ausgabe desselben Werkes in etwas kleinerem Format ist um 26 kr. zu haben.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS
Bayerische Staatsbibliothek München

Druckerey der J. C. Kolb'schen Buchhandlung.

Defect fehlt Bogen No 3

Vorwort.

Anstatt aller vorläufigen Bemerkungen über den Zweck und die Vorzüge des gegenwärtigen neuen Lehrbuchs der Rechenkunst, hat man hier die beiden nachstehenden Actenstücke abdrucken lassen.

1) Rescript Königl. Regierung des Rheinkreises, Kammer des Innern, vom 27ten Februar 1828, an sämmtliche Königl. Land-Commissariate, Königl. Bezirks-Schul-Inspectionen und Vorstände der Königl. Studien-Anstalten und des Königl. Schullehrer-Seminariums.

Im Namen Seiner Majestät des Königs.

Obgleich nach den bestehenden Gesetzen in allen Volksschulen und höhern Lehranstalten des Rheinkreises der Unterricht in der Rechenkunst nach dem

metrischen System ertheilt werden soll, und diese Gesetze und Vorschriften in der Instruction vom 23ten April 1827, Intlligenzblatt Nro. 9 im V. Abschnitte erneuert, zugleich alle Schulbehörden für den genauen Vollzug derselben verantwortlich gemacht worden sind, so ist man dennoch theils durch die Jahresberichte der Königl. Bezirks-Schul-Inspectionen, theils auf anderm Wege, zur Gewißheit gelangt, daß an sehr vielen Schulen diese Gesetze noch immer wenig beachtet werden, der Grund der Vernachläßigung des nach metrischem Systeme zu ertheilenden Rechnungs-Unterrichtes aber vorzüglich in dem Abgange eines zweckmäßigen Lehrbuchs zu suchen sey.

Um diesem Mangel zu begegnen, und einem von den Lehrern und Schulfreunden tief gefühlten Bedürfnisse abzuhelfen, hat sich der Königl. Professor der Mathematik und Physik an dem hiesigen Lyceum, Friedrich Schwerd, bewogen gefunden, ein zu diesem Unterrichte brauchbares Lehrbuch zu verfertigen und dasselbe unter dem Titel „Rechenbuch, mit besonderer Rücksicht auf die metrischen Maaße und Gewichte für Schulen, Forst-, Bau-

und Gewerbsleute bearbeitet," der unterfertigten Stelle zur Prüfung vorzulegen.

Nachdem man nun diesem Werke diejenige Aufmerksamkeit, welche die Wichtigkeit des Gegenstandes verlangt, zugewendet und dadurch die Ueberzeugung gewonnen hat, daß dasselbe in allen seinen Theilen vollständig, im Vortrage bestimmt, klar und faßlich und nicht nur deßwegen durchaus geeignet sey, den beabsichtigten Zweck, einen gründlichen Unterricht der Jugend im Rechnen nach dem metrischen Systeme zu erwirken, sondern auch seiner großen Wohlfeilheit wegen, dem allgemeinen Gebrauche desselben in den Schulen des Rheinkreises keine Schwierigkeiten entgegenstellt, so hat man beschlossen, dieses Werk des Königl. Professors Schwerd den Königl. Land-Commissariaten, Bezirks-Schul-Inspectionen, den Vorständen der höhern Studien-Anstalten und des Schullehrer-Seminars zur Einführung in den ihnen untergebenen Schulen und Lehr-Instituten zu empfehlen, damit dasselbe sich bald in den Händen aller Lehrer und Gehülfen befinde, der Rechenunterricht allenthalben nach diesem Lehrbuche ertheilt und dadurch bey dem Schul-

Unterrichte eine durchgängige und allgemeine Anwendung der auf das metrische System sich beziehenden Gesetze und Verordnungen erzielt werde.

Den Königl. Land-Commissariaten und Bezirks-Schul-Inspectionen will man noch besonders bemerkt haben, daß da, wo bestimmte Fonds für Schul-Prämien zur Vertheilung unter die fleißigern, oder zur Ankaufung der Lehrbücher für dürftige Schulkinder vorhanden sind, alljährlich auch einige Exemplare dieses Rechenbuches ausgetheilt, überhaupt alle Sorge getragen werden soll, einem so gemeinnützigen Werke die möglichste Ausbreitung zu geben, und in allen Schulen und Instituten den Rechnungs-Unterricht nach demselben ertheilen zu lassen.

Speyer, den 27ten Februar 1828.

Königl. Bayer. Regierung des Rheinkreises,

Kammer des Innern.

v. Stichaner.

Bertheau, coll.

2.) Verordnung der Königlich Baier. Regierung des Rheinkreises, die Handhabung der Polizey von Maaß und Gewicht betreffend.

Im Namen Seiner Majestät des Königs.

Da es zur Kenntniß der unterfertigten Stelle gekommen ist, daß die metrischen Maaße und Gewichte noch nicht allgemein in Anwendung sind, und man die Ueberzeugung gewonnen hat, daß der Grund davon eines Theils in der Unkenntniß der hierüber bestehenden Gesetze und Verordnungen und anderntheils in dem Mangel an gehöriger Aufsicht über den Vollzug dieser Gesetze zu suchen ist, so hat man die über das metrische System bestehenden Verordnungen und gesetzlichen Bestimmungen in nachstehende Instruktion zusammen gefaßt und zum Vollzuge derselben die hier unten folgenden Anordnungen getroffen.

I. Abschnitt.

Anwendung der metrischen Maaße und Gewichte im Verkehr.

§. 1. Die metrischen Maaße und Gewichte sollen fortwährend bey allen öffentlichen Verwaltungen und im Handel und Wandel zwischen Privatleuten ausschließlich angewendet werden, und zu dem Ende nach wie vor jährlich einer Verification unterworfen bleiben.

(Regierungs-Beschlüsse vom 13ten Brumaire und 29ten Prairéal IX. Jahres; Decret vom 12ten Februar 1812; Königliche Verordnung vom 18ten July und 11ten August 1819)

§. 2. Niemand darf, um verkaufte Producte oder Waaren damit zu messen oder zu wiegen, sich anderer als gehörig verificirter Maaße und Gewichte bedienen.

(Art. 2 des Regierungs-Beschlusses vom 29ten Prairéal IX.)

Selbst wenn Käufer und Verkäufer darüber einig wären, dürfen sie sich jenes alten nicht verificirten Maaßes und Gewichtes nicht bedienen.

(Art. 424 des Strafgesetzbuches.)

§. 3. Auch darf kein Verkäufer sich einiger Theile der verifizirten Maaße und Gewichte bedienen, um ein altes Maaß oder Gewicht, z. B. das alte Malter, zu bilden.

(Art. 479 Nro. 106 und Art. 480 Nro. 3 des Strafgesetzbuchs. — Instructive Verordnung vom 7ten Januar 1820 §. 4.)

§. 4. In den Fruchthallen, auf den Fruchtmärkten und allenthalben, wo Früchte verkauft zu werden pflegen, darf keine andere Art zu messen oder zu rechnen geduldet werden, als nach dem Hektoliter oder neuen Malter, welches sowohl das wirkliche als das Rechnungsmaaß ist, und aus 4 Viernseln (jedes zu ein viertel Hektoliter) besteht.

Es darf dabei auch kein Unterschied gemacht werden, zwischen schwerer und leichter Frucht. Bei jener sowohl als bey dieser müssen 4 Viernsel (jedes zu $\frac{1}{4}$ Hektoliter) auf das neue Malter gerechnet, und es muß bey jener sowohl als bei dieser das Viernsel in der Art abgestrichen werden, daß jedesmal der blanke Steeg zu sehen ist.

(Art. 1 des Beschlusses des Präfekten vom Donnersberg vom 5ten Thermidor XII. Jahres und Regierungs-Beschluß vom 7ten Januar 1820.)

§. 5. Wenn Verkäufer und Käufer bei ihrem Handel sich eines andern als des gesetzlich angeordneten Maaßes und Gewichts bedient haben, so verliert der Käufer nach Art. 424 des Strafgesetzbuchs alles Klagerecht gegen den Verkäufer, welcher ihn durch Anwendung des verbotenen Maaßes und Gewichts übervortheilt hat, unbeschadet der Anwendung der zuchtpolizeilichen Strafen, welche der Art. 423 des Strafgesetzbuchs auf Betrug durch Anwendung falscher Maaße und Gewichte verhängt, und unbeschadet einer Geldstrafe von 5 bis 7 Gulden (11 bis 15 Franken) und nach Befund der Umstände einer Gefängnißstrafe von 5 Tagen und der Confiskation der verbotenen Maaße und Gewichte, welche die Art. 479 Nro. 6, 480 Nro. 3 und Art. 481 Nro. 1 des Strafgesetzbuches auf den blosen Gebrauch eines nicht verificirten Maaßes oder Gewichtes setzen.

§. 6. Jedes für das Wiegen, Messen und Aichen aufgestellte Individuum, welches überwiesen werden kann gegen die bestehenden Verordnungen über Maaß und Gewicht gehandelt zu haben, soll seines Amtes entsetzt und zur Bestrafung vor Gericht gestellt werden.

(Art. VII. des oben angeführten Präfectur-Beschlusses.)

§. 7. Bei Abfassung der Marktpreiße darf von den alten Maaßen und Gewichten keine Erwähnung geschehen und die Brod- und

Fleischtaxen müssen in runden Zahlen des neuen Systems gemacht werden, d. h. nach ganzen halben, viertels ꝛc. neuen Pfunden wie es im angeführten Beschlusse vom 7ten Januar 1820 zugelassen ist.

(Art. 4 des allegirten Präfectur-Beschlusses.)

II. Abschnitt.

Ausnahmen.

§. 8. Ausnahmen von den allgemeinen Bestimmungen über die Anwendung des metrischen Maaßes finden nur statt, bey dem Verkehr mit Holz, bey dem Messen der conscriptionspflichtigen Jünglinge und bei den Cadaster-Arbeiten. In beiden erstern Fällen wird das in den 7 andern Kreisen des Königreichs geltende Maaß allein, in letzterm Falle zugleich mit dem metrischen, angewendet.

§. 9. Ferner findet eine Ausnahme statt hinsichtlich der Apotheken, in welchen fortwährend das allgemein eingeführte Apothekengewicht beibehalten wird.

§. 10. Von der jährlichen Verification sind ausgenommen die Längenmaaße und die den Gemeinden gehörigen Maaße und Gewichte, welche sämmtlich nur alle 2 Jahre einer Verification unterworfen sind.

III. Abschnitt.

Von der Verbindlichkeit zur Anschaffung und Bereithaltung der metrischen Maaße und Gewichte.

§. 11. Die Gemeinden sind gehalten, sich die Aichmaaße anzuschaffen und sämmtliche Handels- und Gewerbsleute müssen sich mit denjenigen Maaßen und Gewichten, welche zum Betrieb ihres Geschäftes erforderlich sind, versehen und dieselben offen vorlegen.

(Ministerial-Schreiben vom 18ten Pluviose XIII. vide Bodmann Code de Police. Tom. II. pag. 213.)

§. 12. Die Maaße und Gewichte welche jeder Gewerbsmann zum Betrieb seines Geschäfts haben muß, sind in dem Beschlusse des Präfecten vom Donnersberge vom 6ten November 1810 bezeichnet.

Die wesentlichen Dispositionen dieses Beschlusses sind in den nachfolgenden §. §. mit denjenigen Modificationen enthalten, welche zur Erleichterung der Gewerbsleute unter den dermaligen Verhältnissen statt finden können.

§. 13. Diejenigen welche mit Eisen und andern Metallen handeln, die Großhändler von Material-Spezerey- und andern Waaren,

die gewogen werden, die Speditoren und Commissionäre, Unternehmer von Land und Wasserfuhren, die Gerber und Lederhändler, sollen, wenn sie mit einer Schnellwaage wiegen, die im Beschluße vom 7ten Januar 1820, Verzeichniß Nro. 1 (vide Beilage zum Intelligenzblatte Nro. 4) angegebenen Unterabtheilungen des neuen Pfundes (oder halben Kilogramms) und überdies ein Gewicht von zwei, — eines von 4 und eines von 10 Pfunden (5 Kilogrammen) wenn sie aber mit gleicharmigen Wagen wiegen, ausserdem noch ein Gewicht von 20 neuen Pfunden (10 Kilogrammen oder 1 Myriagramme) eines von 40 Pfunden (2 Myriagrammen) und eines von 100 neuen Pfunden (5 Myriagrammen) — haben.

§. 14. Die Metzger, die Seifensieder und Lichterfabrikanten, sollen mit denselben Gewichten, jedoch nur bis zu 5 Kilogrammen aufwärts, versehen seyn.

§. 15. Die Spezerey- und Material-Händler in den Städten sollen die im §. 13 benannten Gewichte und nebst diesen noch an Flüssigkeitsmaaßen den Liter mit seinen Unterabtheilungen und den Doppelliter haben.

§. 16. Die nämlichen Händler in den Landgemeinden sollen mit den im §. 14 bezeichneten Gewichten und mit den im vorhergehenden §. bezeichneten Flüssigkeitsmaaßen versehen seyn.

§. 17. Diejenigen welche mit Zuckerwerk und Tabak im Kleinen handeln, die Seiler, Gold- und Silberschmiede und Verkäufer von Eßwaaren, sollen das neue Pfund mit seinen Unterabtheilungen und den Kilogramme besitzen.

§. 18. Die Bäcker, Frucht- und Mehlhändler, sollen mit den im §. 14 bezeichneten Gewichten, und mit den in dem Beschlusse vom 7ten Januar 1820. (Verzeichniß Nro. 1.) beschriebenen Maaßen für trockene Sachen bis zum halben Liter abwärts, versehen seyn.

§. 19. Die Krämer mit kurzen Waaren müssen das neue Pfund mit seinen Unterabtheilungen und die Elle (zu 6 Dezimeter) haben.

§. 20. Die Händler mit langen Waaren müssen ebenfalls die Elle, und wenn sie zugleich mit kurzen oder Krämerwaaren handeln, auch dasselbe Gewicht halten.

§. 21. Die Wein-, Bier-, Obst- und Weinessig-, dann die Brandwein-Verkäufer, müssen mit dem Liter und mit seinen Unterabtheilungen versehen seyn.

§. 22. Die Schreiner Zimmerleute, Steinmetzen und Maurer, müssen den neuen Schuh (zu ⅓tels Meter) oder den Meter haben.

§. 23. Die in den §. §. 13 bis 22 benannten Gewerbs-Leute, welche mit denen ihnen bestimmten Maaßen und Gewichten nicht versehen sind, sollen den Gerichten angezeigt werden, um in Conformität des Art. 484. des Strafgesetzbuchs, wegen dieser Zuwiderhandlung gegen die Verordnungen über Maaß und Gewicht in eine Polizeistrafe verurtheilt zu werden.

IV. Abschnitt.

Anwendung des metrischen Systems in schriftlichen Verhandlungen.

§. 24. Alle Handelspapiere, Handelsbücher und Register von Kaufleuten und Manufacturisten, alle Facturen, Rechnungen, Quittungen und Geschäftsschreiben dürfen nicht bei Gericht vorgebracht werden und haben keine Beweiskraft, wenn sie nicht die metrischen Maaße und Gewichte ganz nach dem metrischen System ausdrücken, oder sie müssen vordersamst von einem öffentlichen Beamten auf Kosten der Partheien verbessert werden.

(Art. 10 des Gesetzes vom 1ten Vendemiaire IV. Jahres für die 4 Departemente des linken Rheinufers, verbindlich erklärt durch Consular-Beschluß vom 13ten Brumaire IX. und Art. 5 des Regierungs-Beschlusses vom 7ten Januar 1820.)

§. 25. Die Notarien und überhaupt alle öffentliche Beamten sind bei Vermeidung der gesetzlichen Strafen gehalten, in ihren Acten alle Qantitäten an Maaß und Gewicht nach dem metrischen System anzugeben, und die in diesen Acten enthaltenen Berechnungen in metrischen Maaßen und Gewichten zu machen.

(Art. 9 des Gesetzes vom 1ten Vendemiaire IV. Jahres; und Art. 17. des Gesetzes vom 25ten Ventose XI. Jahres.)

§. 26. Die Königl. Land-Commissariate und sämmtliche Verwaltungen überhaupt, haben darüber zu wachen, daß die ihnen untergeordneten Beamten und Functionäre, so wie auch die Experten, Feldmesser und andere welche Acten für die Verwaltung fertigen, oder sich an sie wenden, sich nur der neuen Maaße bedienen, und sie in ihren Acten gebrauchen.

(Art. 17. des Gesetzes vom 1ten Vendemiaire IV.)

§. 27. Alle für die öffentlichen Anstalten des Cultus der Wohlthätigkeit und des Unterrichts gefertigte Accorde, Ueberschläge, Risse, Lieferungszettel, Rechnungen, Tabellen, Berichte und schrift-

liche Aufsätze jeder Art dürfen keine andere Benennungen der Quantitäten, als in neuen Maaßen und Gewichten enthalten.

(Entscheidung des Ministers vom 30ten Frimaire XIV. Jahres, Vide Bodmann Code de Police Tom. II. pag. 219.)

Ein gleiches gilt hinsichtlich der im Kreise erscheinenden Anzeige=Blätter und hinsichtlich der Anschlagszettel.

(Ministerial=Rescript vom 18ten Pluviose XIII. Vide Bodmann Code de Police Tom. II. pag. 217.)

V. Abschnitt.

Unterweisung der Jugend im metrischen System.

§. 28. In allen Schulen des Rheinkreises, in den Volksschulen, in der Normalschule und in den höhern Studienanstalten, soll das metrische System gründlich gelehrt werden.

(Gesetz vom 12ten Februar 1812.)

Die Königl. Districts=Schulinspectoren haben in ihren Jahresberichten in einem diesem Gegenstande ausschließlich gewidmeten Abschnitte, der unterfertigten Stelle die Anzeige zu machen, ob und welche Fortschritte die Schuljugend in diesem Zweige des öffentlichen Unterrichts gemacht hat, welche Lehrer sich in dieser Beziehung vor andern am meisten ausgezeichnet haben, und welche diesen für das bürgerliche Leben so wichtigen Zweig des öffentlichen Unterrichts vernachläßigt haben.

VI. Abschnitt.

Von den Verificatoren und von der Aufsicht über den Vollzug der Gesetze über Maaß und Gewicht.

§. 29. Mit der Untersuchung und Verification der Maaße und Gewichte bleiben fernerhin die Verificatoren in der Art befaßt, wie es in den Beschlüssen der unterfertigten Stelle vom 7ten Januar 1820 und 3ten July 1822 angeordnet wurde. Sie sind für die Richtigkeit ihrer Operationen verantwortlich und werden, wenn sie durch Uebereilung oder Nachläßigkeit überhaupt zu Unrichtigkeiten Anlaß geben, ihres Amtes entsetzt und nach Befund der Umstände den Gerichten zur Bestrafung übergeben werden.

§. 30. Ueberdieß wird die unterfertigte Stelle in Conformität des Regierungs=Beschlusses vom 29ten Prairial IX. Jahres, von Zeit zu Zeit Aufsichts=Commissarien ernennen und in alle Theile des Kreises aussenden, um durch sie den Vollzug der Ge=

setze und Verordnungen über das metrische Maaß und Gewicht und insbesondere auch die Geschäftsführung der Verificatoren überwachen zu lassen.

§. 31. Die Local-Polizei-Behörden sind gehalten, den Aufsichts-Commissarien ebenso wie den Verificatoren bey Ausübung der ihnen übertragenen Verrichtungen beizustehen und ihren Aufforderungen zu Visitationen und Aufsetzung von Uebertretungs-Verbal-Prozessen Folge zu leisten.

(Art. XVI. des Beschlusses vom 29ten Praireal IXten Jahres.)

§. 32. Die Königl. Gendarmerie wird beauftragt, an allen öffentlichen Orten, wo Waaren zum Verkauf ausgesetzt werden, zu untersuchen ob sich die Verkäufer allenthalben gehörig verifizirter Maaße und Gewichte bedienen, und im Falle einer Zuwiderhandlung, die competenten gerichtlichen Hülfs-Polizei-Beamten zur Aufsetzung von Uebertretungs-Verbal-Prozessen aufzufordern.

§. 33. Die Verfügungen vom 7ten Januar 1820 und vom 3ten July 1822 bleiben in allen Fällen, in welchem in gegenwärtigem nicht anderst verfügt ist, in ihrer vollen Kraft und Wirkung.

§. 34. Gegenwärtiger Beschluß, mit dessen Vollzug insbesondere die Königl. Land-Commissariate, im übrigen aber auch alle Polizeibehörden überhaupt beauftragt sind, soll durch das Kreis-Intelligenzblatt zur allgemeinen Kenntniß gebracht werden.

Speyer, den 16ten Februar 1827.

Königl. Bayer. Regierung des Rheinkreises,
Kammer des Innern.
v. Stichaner.

Schalk, coll.

Inhalts-Uebersicht.

I. Abtheilung.

Einleitung.

Seite.
Begriff der Arithmetik (Rechenkunst) und der Zahlen 1.
Bildung und Bezeichnung der Zahlen . . . . . . 1.
Inländische Maaße, Gewichte, Münzen rc. . . . . . 14.

II. Abtheilung.

Die vier Grundrechnungen mit unbenannten ganzen Zahlen 25.
Addition . . . . 25.
Subtraction . . . . 30.
Multiplikation . . . . 34.
Division . . . . 45.
Besondere Eigenschaften der Zahlen . . . . 56.

III. Abtheilung.

Von den gemeinen Brüchen . . . . 64.
Entstehung und Bezeichnung der Brüche . . . . . . 64.
Verwandlung der Brüche . . . . 68.
Addition . . . . 75.
Subtraction . . . . 76.
Multiplikation . . . . 77.
Division . . . . 80.

IV. Abtheilung.

Von den Dezimal-Brüchen . . . . 85.
Bezeichnung und Verwandlung . . . . 85.
Addition . . . . 88.
Subtraction . . . . 90.
Multiplication . . . . 91.
Division . . . . 95.

V. Abtheilung.

Seite.
Die vier Grundrechnungen mit ungleichbenannten ganzen Zahlen . . . . 102.
Verwandlungen . . . . 102.
Addition . . . . 108.
Subtraction . . . . 110.
Multiplication . . . . 112.
Division . . . . 114.

VI. Abtheilung.

Die vier Grundrechnungen mit benannten Dezimalzahlen 117.
Verwandlungen . . . . 117.
Addition . . . . 120.
Subtraction . . . . 122.
Multiplication . . . . 122.
Division . . . . 123.

VII. Abtheilung.

Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel . . . . . 139.
Berechnung rechtwinklicher Flächen . . . . 144.
Berechnung rechtwinklicher Körper . . . . 148.

VIII. Abtheilung.

Verhältnisse und Proportionen . . . . 159.
Einfacher Dreisatz oder Regel Detri . . . . 162.
Zusammengesetzter Dreisatz . . . . 172.
Interessen-Rechnung . . . . 188.
Disconto-Rechnung . . . . 192.
Gewinn- und Verlust-Rechnung . . . . 194.
Theilungs-Rechnung, Gesellschafts-Rechnung, Steuer-Rechnung . . . . 194.
Vermischungs-Rechnung . . . . 203.
Reductions-Rechnung . . . . 206.

IX. Abtheilung.

Geometrische Berechnungen, welche im Bau- und Forstwesen und in verschiedenen Gewerben öfters vorkommen 214.
Anhang von Maaßen, Gewichten und Münzen . . . 234.

Allgemeine Bemerkung.

Da man bey Abfassung dieses Rechenbuchs die leichtere Lehrart für Anfänger und die schwerere für schon geübte Schüler und Lehrer zugleich beabsichtigt hat, so ist es zweckmäßig alle mit einem * bemerkten Sätze und Beispiele nicht bey dem ersten Curs, sondern nur bey dem zweiten vorzunehmen.

I. Abtheilung.

Einleitung.

§. 1. Begriff der Arithmetik (Rechenkunst,) und der Zahlen.

Die Arithmetik oder Rechenkunst ist die Wissenschaft der Zahlen.

Eine Zahl ist eine Menge von Einheiten derselben Art. Z. B. sechs Aepfel, zehn Pferde.

Ein einzelnes Ding heißt eine Einheit. Z. B. ein Apfel, ein Pferd.

Wenn bey einer Zahl die Benennung der Einheiten angegeben ist, so heißt sie eine benannte Zahl; ist die Benennung der Einheiten nicht angegeben, so heißt sie eine unbenannte Zahl. Sechs Aepfel ist eine benannte Zahl, sechs eine unbenannte.

§. 2. Bildung, und Bezeichnung der Zahlen durch Worte.

Wenn zu einer Einheit noch eine Einheit hinzukommt, so sagt man, es seyen zwei Einheiten.

Kommt zu diesen zwei Einheiten noch eine hinzu, so sind es *drei* Einheiten.

Kommt zu diesen drei Einheiten noch eine Einheit hinzu, so sind es *vier* Einheiten und so fort.

Z. B. Ein Strich und noch ein Strich sind zwei Striche und noch ein Strich sind drei Striche und noch ein Strich sind vier Striche und so weiter.

Auf diese Weise entstehen durch fortgesetztes Hinzufügen einzelner Einheiten alle möglichen Zahlen.

Von eins bis hundert zählt man wie folgt:

Eins
zwei
drei
vier
fünf
sechs
sieben
acht
neun
zehn
elf
zwölf
dreizehn
vierzehn
fünfzehn
sechzehn
siebenzehn
achtzehn
neunzehn
zwanzig
ein und zwanzig
zwei und zwanzig
drei und zwanzig
vier und zwanzig
fünf und zwanzig
sechs und zwanzig
sieben und zwanzig
acht und zwanzig
neun und zwanzig
dreißig
ein und dreißig
zwei und dreißig
drei uud dreißig
vier und dreißig
fünf und dre ßig
sechs und dreißig
sieben und dreißig
acht und dreißig
neun und dreißig
vierzig
ein und vierzig
zwei und vierzig
drei und vierzig
vier und vierzig
fünf und vierzig
sechs und vierzig
sieben und vierzig
acht und vierzig
neun und vierzig
fünfzig
ein und fünfzig
zwei und fünfzig
drei und fünfzig
vier und fünfzig
fünf und fünfzig
sechs und fünfzig
sieben und fünfzig
acht und fünfzig
neun und fünfzig

sechzig
ein und sechzig
zwei und sechzig
drei und sechzig
vier und sechzig
fünf und sechzig
sechs und sechzig
sieben und sechzig
acht und sechzig
neun und sechzig
siebenzig
ein und siebenzig
zwei und siebenzig
drei und siebenzig
vier und siebenzig
fünf und siebenzig
sechs und siebenzig
sieben und siebenzig
acht und siebenzig
neun und siebenzig

achtzig
ein und achtzig
zwei und achtzig
drei und achtzig
vier und achtzig
fünf und achtzig
sechs und achtzig
sieben und achtzig
acht und achtzig
neun und achtzig
neunzig
ein und neunzig
zwei und neunzig
drei nud neunzig
vier und neunzig
fünf und neunzig
sechs und neunzig
sieben und neunzig
acht und neunzig
neun und neunzig
hundert

Nachdem man so hundert gezählt hat, fängt man wieder mit eins an und zählt:
hundert und eins
hundert und zwei
und so fort, bis man noch einmal hundert gezählt hat; alsdann hat man zweihundert.

Nun fängt man wieder mit eins an und zählt: zweihundert und eins, zweihundert und zwei und so fort bis dreihundert.

Auf diese Weise zählt man weiter, bis man zehnmal hundert oder tausend gezählt hat.

Nach tausend fängt man wieder mit eins an und zählt bis zu zweitausend, dreitausend und so weiter bis
zehntausend
hunderttausend
zehnmal hunderttausend oder tausendmal tausend oder eine Million.

Nachdem man eine Million gezählt hat, fängt man wieder mit eins an, zählt bis zu zwei Millionen, drei Millionen und so fort.

Eine Million Millionen sind eine Billion;
Eine Million Billionen eine Trillion; und so weiter.

Hier sind zehnmal zehn oder hundert Punkte; diese Punkte lerne man fertig zählen.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Eine jede Reihe enthält zehn Punkte.
Zwei Reihen enthalten zwanzig Punkte
drei Reihen " dreißig "
vier Reihen " vierzig "
fünf Reihen " fünfzig "
sechs Reihen " sechzig "
sieben Reihen " siebenzig "
acht Reihen " achtzig "
neun Reihen " neunzig "
alle zehn Reihen enthalten hundert Punkte.

Die angegebene Art zu zählen, nach welcher man immer vom Zehnfachen zum Zehnfachen fortschreitet heißt das dekadische Zahlensystem. Es ist ohne Zweifel durchs Zählen an den zehn Fingern unserer zwei Hände entstanden.

In den Rechenbüchern gibt es außer den gewöhnlichen Benennungen der Zahlen noch andere Benennungen, welche bei der Erklärung der Regeln sehr gute Dienste leisten. Eine einfache Einheit nennt man nämlich auch einen Einer,
zehn Einheiten nennt man einen Zehner,
hundert Einheiten einen Hunderter,
tausend Einheiten einen Tausender,
zehntausend Einheiten einen Zehntausender,
hunderttausend Einheiten einen Hunderttausender.

Drei Einheiten heißen demnach auch drei Einer,
vierzig Einheiten - vier Zehner,
sechshundert Einheiten sechs Hunderter u. s. f.

§. 3. Bezeichnung der Zahlen durch Ziffern.

Wenn man Zahlen schreiben will, so bezeichnet man sie viel kürzer durch Ziffern als durch Worte.

Ziffern oder Zahlzeichen gibt es zehn, nämlich:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

sie heißen

1 eins, 2 zwei, 3 drei, 4 vier, 5 fünf, 6 sechs, 7 sieben, 8 acht, 9 neun, 0 Null.

Die neun ersten Ziffern werden bedeutende Ziffern genannt, weil sie eben so viele Einheiten bedeuten als ihr Name anzeigt; die letzte Ziffer oder die Null hat für sich keinen Werth, sondern dient blos dazu, leere Ziffer-Stellen auszufüllen, wie wir sogleich sehen werden.

§. 4. Um mit diesen zehn Ziffern alle möglichen Zahlen auf die einfachste Weise auszudrücken, schreibt man sie neben einander und legt ihnen nach der Stelle, welche sie einnehmen, verschiedene Werthe bei.

Die letzte Ziffer zur Rechten bedeutet nämlich einfache Einheiten oder Einer.

Die Ziffer an der zweiten Stelle gegen die Linke hin bedeutet zehnfache Einheiten oder Zehner.

Die Ziffer an der dritten Stelle gegen die Linke hin bedeutet hundertfache Einheiten oder Hunderter.

Die vierte Ziffer bedeutet . . . . Tausender.
die fünfte . . . . Zehntausender.
die sechste . . . . Hunderttausender.

Die sechs folgenden Ziffern von der siebenten bis zur zwölften bedeuten . . . . Millionen.

Die sechs Ziffern von der dreizehnten bis zur achtzehnten bedeuten . . . . Billionen u. s. f.

Eine jede Ziffer erhält daher in der folgenden Stelle gegen die Linke hin einen immer zehnmal größern Werth als in der vorhergehenden.

2 4″ 8 9 7 3 2 1′ 5 8 0 3 4 6

Ziffer	Bedeutung	
2	zwei Zehner	von Billionen
4″	vier Einer	
8	acht Hunderttausender	von Millionen
9	neun Zehntausender	
7	sieben Tausender	
3	drei Hunderter	
2	zwei Zehner	
1′	ein Einer	
5	fünf Hunderttausender	von einfachen Einheiten oder Unionen
8	acht Zehntausender	
0	keine Tausender	
3	drei Hunderter	
4	vier Zehner	
6	sechs Einer	

a.) 1 bedeutet . . . eins oder 1 Einer
2 „ . . . zwei „ 2 Einer
3 „ . . . drei „ 3 Einer
und so weiter.
10 bedeutet . . . zehn „ 1 Zehner
20 „ . . . zwanzig „ 2 Zehner
30 „ . . . dreißig „ 3 Zehner
und so weiter.

100	bedeutet	hundert	oder	1	Hunderter
200	„	zweihundert	„	2	Hunderter
300	„	dreihundert	„	3	Hunderter
u. s. w.					
1000	bedeutet	tausend	oder	1	Tausender
2000	„	zweitausend	„	2	Tausender
3000	„	dreitausend	„	3	Tausender
u. s. w.					
10000	bedeutet	zehntausend	oder	1	Zehntausender
100000	„	hunderttausend	„	1	Hunderttausender
1000000	„	eine Million	„	1	Einer von einer Million.
	ꝛc.				ꝛc.

b.) 32 bedeutet 3 Zehner und 2 Einer
oder dreißig und zwei d. ist zwei und dreißig.
432 bedeutet 4 Hunderter, 3 Zehner und 2 Einer
oder vierhundert, dreißig und zwei
oder vierhundert zwei und dreißig.
402 bedeutet 4 Hunderter, keine Zehner und 2 Einer
oder vierhundert und zwei.

Was bedeuten folgende Zahlen?

111	101	110	011	100	010	001	123
222	202	220	022	200	020	002	234
333	303	330	033	300	030	003	345
444	404	440	044	400	040	004	456
555	505	550	055	500	050	005	567
666	606	660	066	600	660	006	678
777	707	770	077	700	070	007	789
888	808	880	088	800	080	008	890
999	909	990	099	900	090	009	987

c.) 432000 bedeutet 4 Hunderttausender, 3 Zehntausender und 2 Tausender
oder 432 tausend d. ist vierhundert zwei und dreißig tausend.
402000 bedeutet 4 Hunderttausender und 2 Tausender
oder 402 tausend d. ist vierhundert und zwei tausend.
032000 bedeutet 3 Zehntausender und 2 Tausender
oder 32 tausend d. ist zwei und dreißig tausend.

123456 bedeutet 123 tausend und 456 d. ist hundert drei und zwanzig tausend vierhundert sechs und fünfzig.
023056 bedeutet 023 tausend und 056 d. ist drei und zwanzig tausend und sechs und fünfzig.

Um sich das Aussprechen zu erleichtern setze man zwischen die 3te und 4te Ziffer einen Punkt, z. B. 135.467.

Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen?

111 111	120 340	010 020	001 234
333 222	560 780	030 040	000 123
444 555	012 034	050 060	000 012
666 777	056 078	070 080	000 001
888 999	100 200	090 000	000 009
102 304	300 400	009 000	000 090
506 708	500 600	000 900	000 099

Nach diesen Vorübungen wird man leicht jede Zahl aussprechen können, wenn man folgende Regel befolgt:

§. 5. Um eine mit Ziffern geschriebene Zahl richtig auszusprechen, theile man dieselbe von der Rechten gegen die Linke in Abtheilungen von 6 Ziffern.

Die letzte Abtheilung zur Linken kann auch aus weniger Ziffern bestehen.

Die erste Abtheilung zur Rechten enthält die einfachen Einheiten oder Unionen;
die zweite Abtheilung die Millionen,
die dritte die Billionen,
die vierte Abtheilung die Trillionen u. so fort.

Alsdann spreche man die in der ersten Abtheilung zur Linken befindliche Zahl so aus, als wenn sie allein da stünde, und setze die Benennung der Einheiten dieser Abtheilung hinzu;

Hierauf spreche man eben so die in der folgenden Abtheilung befindliche Zahl aus und setze wieder die Benennung der Einheiten dieser Abtheilung hinzu und so fort.

Am Ende der letzten Abtheilung setzt man nichts hinzu,

wenn die Zahl eine unbenannte ist; ist sie aber eine benannte, so setzt man die Benennung der Dinge hinzu.

Zur Erleichterung der Aussprache kann man, wie schon oben bemerkt wurde, auch noch zwischen die 3te und 4te Ziffer einer jeden Abtheilung einen Punkt hinsetzen, bei welchem man das Wort tausend immer ausspricht.

Die Zahl 3.045‴708.519″460.300′735.059
wird so ausgesprochen:
3 tausend und 45 Trillionen,
708 tausend 519 Billionen,
460 tausend und 300 Millionen,
735 tausend und 59.

Das ist: drei tausend und fünf und vierzig Trillionen, siebenhundert und acht tausend fünfhundert und neunzehn Billionen, vierhundert und sechzig tausend und dreihundert Millionen, siebenhundert und fünf und dreißig tausend und neun und fünfzig.

Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen?

3 005 700 510 460 030 700 005
3 000 070 010 034 300 071 010
3 000 000 000 034 000 000 000

§. 6. Eine ausgesprochene Zahl mit Ziffern schreiben.

Wenn man sich in dem Aussprechen geschriebener Zahlen gehörig geübt hat, so ist es ein Leichtes, ausgesprochene Zahlen wieder mit Ziffern zu schreiben. Man merke sich nur folgende Regeln:

I. a.) Eine Zahl, die kleiner ist, als tausend denke man sich als Hunderter, Zehner und Einer.

Zuerst schreibe man die Ziffer, welche die Anzahl der Hunderter ausdrückt, zur Rechten, daneben die Ziffer,

welche die Anzahl der Zehner ausdrückt, und zur Rechten neben die Zehner schreibe man die Ziffer, welche die Anzahl der Einer ausdrückt. Z. B.:

dreihundert fünf und vierzig, das ist:
dreihundert vierzig und fünf, das ist:
drei Hunderter, vier Zehner und fünf Einer, oder
3 Hunderter, 4 Zehner, 5 Einer
schreibt man 345.

b.) Fehlen die Hunderter oder die Zehner oder die Einer so bezeichne man ihre Stelle durch eine Null.

Z. B. dreihundert und fünf, das ist:
3 Hunderter und 5 Einer
schreibt man so: 305 weil die Zehner fehlen.

Dreihundert und vierzig schreibt man 340
weil die Einer fehlen.

Fünf und vierzig schreibt man 045
weil die Hunderter fehlen.

Fünf schreibt man 005
weil die Hunderter und die Zehner fehlen.

c.) Zur Linken läßt man die Nullen weg, wenn keine andere bedeutende Ziffern vorangehen.

Z. B. anstatt 045 schreibe man blos 45
anstatt 005 „ „ „ 5

d.) Man hüte sich aber die Nullen zur Rechten weg zu lassen.

34 ist nicht was 340
3 nicht was 30 oder 300.

Wie werden folgende Zahlen mit Ziffern geschrieben?

Einhundert drei und zwanzig.
Einhundert und drei.
Einhundert und zwanzig.
Drei und zwanzig (mit drei Ziffern).
Zwanzig (mit drei Ziffern).

II. Um eine Zahl zu schreiben die kleiner ist,

als eine Million, denke man sich dieselbe aus Tausenden und aus einfachen Einheiten bestehend.

Die Zahl der Tausende schreibe man hin, als wenn sie allein da wären, und daneben zur Rechten mit 3 Ziffern die Zahl der übrigen einfachen Einheiten.

Z. B. zweihundert vier und dreißig tausend fünfhundert sieben und sechzig theile man ab
in 234 Tausende und 567 einfache Einheiten und schreibe beide Zahlen neben einander 234.567.

Vier und dreißig tausend fünfhundert sieben und sechzig theilt man ab in 34 Tausende und 567 einfache Einheiten und schreibt 34.567 oder mit 6 Ziffern
034.567.

Wie werden folgende Zahlen mit 6 oder weniger Ziffern geschrieben?

Zweihundert und vier tausend fünfhundert und sieben.
Vier und dreißig tausend und sieben und sechzig.
Zweihundert und dreißig tausend fünfhundert und sechzig.
Zweihundert tausend und sieben.
Viertausend und fünfhundert.

III. Um eine Zahl zu schreiben, die Millionen und Billionen enthält, schreibe man zuerst die Anzahl der Billionen, zur Rechten daneben mit 6 Ziffern die Anzahl der Millionen und zuletzt neben die Millionen die einfachen Einheiten mit 6 Ziffern.

Zur Uebung kann der Lehrer die vorhergehenden Beispiele §. 4 und 5 diktiren und dieselben von den Schülern auf die Tafel oder in das Rechenheft schreiben lassen.

§. 7. Verwandlungen.

1 Zehner ist so viel als 10 Einer.
2 Zehner sind so viel als 20 Einer.
3 Zehner „ „ „ „ 30 Einer.
u. s. w.

1 Hunderter ist so viel als 10 Zehner oder 100 Einer.
2 Hunderter sind so viel als 20 Zehner oder 200 Einer.
3 Hunderter " " " " 30 Zehner oder 300 Einer.
u. s. w.

1 Tausender = 10 Hunderter = 100 Zehner = 1000 Einer.
2 Tausender = 20 Hunderter = 200 Zehner = 2000 Einer.
3 Tausender = 30 Hunderter = 300 Zehner = 3000 Einer.
u. s. w.

Nun schreibe der Lehrer die Zahl 2345 an die Tafel und frage:

1. Was bedeuten die 5? Antw. 5 Einer oder 5.
Was bedeuten die 4? Antw. 4 Zehner oder 40.
Was bedeuten die 3? Antw. 3 Hunderter oder 300.
Was bedeuten die 2? Antw. 2 Tausender oder 2000.

2. Zwei Tausender, wie viele Hunderter sind's? Antw. 20.
Die 3 Hunderter dazu, wie viel gibt's? Antw. 23.

3. Zwei Tausender, wie viele Zehner sind's? Antw. 200.
Drei Hunderter, wie viele Zehner sind's? Antw. 30.
Die 4 Zehner dazu, wie viele Zehner gibt's zusammen? A. 234.

4. 2 Tausender, wie viele Einer sind's? Antw. 2000.
3 Hunderter, wie viele Einer sind's? Antw. 300.
4 Zehner, wie viele Einer sind's? Antw. 40.
Die 4 Einer dazu, wie viele Einer gibt's zusammen? A. 2345.

5. Wie viele Tausender sind in in der ganzen Zahl? Antw. 2.
Wie viele Einer bleiben noch übrig, wenn man die Hunderter und Zehner zu Einern macht? Antw. 345.

Wie viele Hunderter sind in der ganzen Zahl, wenn man die Tausender in Hunderter verwandelt? Antw. 23.
Wie viele Einer bleiben noch übrig, wenn man die Zehner zu Einern macht? Antw. 45.

Wie viele Zehner enthält die ganze Zahl, wenn man die Tausender und Hunderter in Zehner verwandelt? Antw. 234.
Wie viele Einer bleiben noch übrig? Antw. 5.

6. Wie kann man die Zahl 2345 aussprechen?
Antw. 1° auf die gewöhnliche Weise nämlich 2345.
2° so: 2 Tausender 3 Hunderter 4 Zehner 5 Einer.
3° 2 Tausender und 345 Einer.
4° 23 Hunderter und 45 Einer.

Diese verschiedenen Arten, eine Zahl auszusprechen, übe der Lehrer recht ein.

* §. 8. Römische Zahlzeichen.

Außer den bisher angeführten Ziffern gibt es noch andere, welche römische heißen.

Sie sind: I V X L C D M
und bedeuten 1 5 10 50 100 500 1000

Mit diesen 7 Buchstaben drückten die Römer alle Zahlen aus. Es ist hiebei Folgendes zu merken:

Wenn eine kleinere Zahl nach einer größern steht, so wird sie zu derselben hinzugezählt. Wenn hingegen die kleinere vor der größern steht, so wird sie von derselben abgezogen. Z. B. VI bedeutet 5 und 1 oder 6.
IV bedeutet 5 weniger 1 oder 4.

Eine Ausnahme von dieser Regel findet bei der Zahl M Statt. Eine kleinere Zahl vor M bedeutet nämlich wie viel mal M genommen werden soll. Z. B.
IIM bedeutet 2mal 1000 oder 2000.
XM bedeutet 10mal 1000 oder 10000.

Anstatt D schreibt man auch IↃ und anstatt M CIↃ.

I	bedeutet also	1	XI	bedeutet	11	XL	bedeutet	40
II	„	2	XII	„	12	XLIV	„	44
III	„	3	XIII	„	13	XLIX	„	49
IV	„	4	XIV	„	14	LX	„	60
V	„	5	XV	„	15	XCIX	„	99
VI	„	6	XVI	„	16	CXIV	„	114
VII	„	7	XVII	„	17	DX	„	510
VIII	„	8	XVIII	„	18	MC	„	1100
IX	„	9	XIX	„	19	MDCCCXXVIII		1828
X	„	10	XX	„	20			

§. 9. Maaße. Gewichte. Münzen ꝛc.

Die verschiedenen Dinge oder Einheiten, welche beim Rechnen im gemeinen Leben am häufigsten vorkommen, sind Maaße, Gewichte, Münzen ꝛc. mit deren Größe und Werth sich der Schüler vor Allem bekannt machen muß.

A. Metrische Maaße und Gewichte.

Metrische Maaße und Gewichte nennt man diejenigen Maaße und Gewichte, welche von dem **Meter** abgeleitet und nach dem dekadischen Systeme, das ist, in immer 10mal kleinere Theile abgetheilt sind.

Anm. 1. Der Lehrer soll bei Erklärung der metrischen Maaße mit einem **Meter** und einem **Kubik-Dezimeter** von Holz versehen seyn, und damit den Schülern die Verhältnisse aller Maaße recht anschaulich machen.

Der Kubik-Dezimeter soll aus 10 Plättchen bestehen, wovon jedes einen Centimeter dick ist; das 10te Plättchen soll aus 10 Stäbchen bestehen, wovon jedes einen Centimeter im Gevierten hat; das 10te Stäbchen soll aus 10 Würfelchen bestehen, wovon jedes ein Kubik-Centimeter ist.

Dieser Kubik-Dezimeter kann auch bei der Erklärung des dekadischen Zahlensystems mit Vortheil gebraucht werden. Ein Würfelchen kann zum Beispiel einen Einer, ein Stäbchen einen Zehner, ein Plättchen einen Hunderter und der ganze Kubik-Dezimeter einen Tausender vorstellen.

Anm. 2. Die Rechentafel sollte genau einen Meter lang und auch einen ganzen oder einen halben Meter hoch seyn. Auf der einen Seite sollte dieselbe durch rothe Striche in 100 Quadrat-Dezimeter, der letzte Quadrat-Dezimeter in 100 Quadrat-Centimeter eingetheilt seyn.

Anm. 3. Die Maaße und Gewichte der Gemeinde sollten in dem Schulzimmer vor den Augen der Schüler immer aufgestellt seyn; natürlich nicht zur Disposition der Schüler, sondern blos damit der Lehrer darauf hindeuten könnte.

§. 10. Längenmaaße.

Das Hauptlängenmaaß ist der **Meter**.

Man hat den Meter dadurch erhalten, daß man den ganzen Umfang der Erde mit dem pariser Fuß gemessen und in 40 Millionen gleiche Theile getheilt hat.

Es gehen also 40 Millionen Meter auf den Umfang der Erde.

Der Meter wird eingetheilt in
10 Dezimeter oder Zehntelmeter.
Der Dezimeter in 10 Centimeter oder Hundertelmeter.
Der Centimeter in 10 Millimeter oder Tausendelmeter.

Der Meter enthält daher 10 Dezimeter,
oder 100 Centimeter,
oder 1000 Millimeter.

10 Meter nennt man
einen Dekameter oder eine metrische Ruthe,
100 Meter einen Hektometer,
1000 Meter einen Kilometer,
10000 Meter einen Myriameter.

Anm. 1. Dezi bedeutet Zehntel, Centi Hundertel, Milli Tausendel. Deka hingegen bedeutet zehn, Hekto hundert, Kilo tausend, Myria zehn tausend.

Anm. 2. Der Meter ist ungefähr so groß wie ein starker Mannsschritt.

Anm. 3. Ein Kilometer oder 1000 Meter sind ungefähr eine Viertelstunde Wegs; ein Myriameter oder 10000 Meter also ungefähr 2 und eine halbe Stunde.

§. 11. Flächenmaaße. (Siehe §. 240 ꝛc.)

Die Haupteinheit der Flächenmaaße ist der Quadratmeter.

Der Quadratmeter ist eine Fläche, welche einen Meter lang und einen Meter breit ist.

Ein Quadratmeter enthält

100 **Quadrat-Dezimeter.**

Ein Quadrat-Dezimeter enthält

100 **Quadrat-Centimeter.**

Ein Quadrat-Centimeter enthält

100 **Quadrat-Millimeter.**

Der Quadrat-Dezimeter ist eine Fläche, welche einen Dezimeter lang und einen Dezimeter breit ist.

Der Quadrat-Centimeter ist eine Fläche, welche einen Centimeter lang und einen Centimeter breit ist.

Der Quadrat-Millimeter ist eine Fläche, welche einen Millimeter lang und einen Millimeter breit ist.

Die Haupteinheit des Flächeninhalts der Felder ist **die Are oder die metrische Quadratruthe.**

Die Are ist eine Fläche, welche 10 Meter oder eine metrische Ruthe lang und eine metrische Ruthe breit ist.

Die Are enthält 100 **Centiaren.**

Eine Centiare ist ein Quadratmeter.

100 Aren oder 100 metrische Quadratruthen nennt man eine **Hektare** oder einen metrischen Morgen.

Die Hektare ist eine Fläche, welche 100 Meter oder 10 metrische Ruthen lang und 10 metrische Ruthen breit ist.

Bem. Die Hektare ist ungefähr 4 Speyerer Morgen zu 120 Quadratruthen.

Körpermaaße.

§. 12. Die Haupteinheit der Körpermaaße ist der **Kubikmeter.**

Der Kubikmeter ist ein Würfel, welcher einen Meter lang, einen Meter breit und einen Meter hoch ist.

Ein Kubikmeter enthält 1000 Kubik-Dezimeter.
Ein Kubik-Dezimeter enthält 1000 Kubik-Centimeter.
Ein Kubik-Centimeter enthält 1000 Kubik-Millimeter.

Der Kubik-Dezimeter ist ein Würfel, welcher einen Dezimeter lang, breit und hoch ist.

Der Kubik-Centimeter ist ein Würfel, welcher einen Centimeter lang, breit und hoch ist.

Der Kubik-Millimeter ist ein Würfel, welcher einen Millimeter lang, breit und hoch ist.

Beim Brennholz heißt der Kubikmeter Stère.

§. 13. Die Haupteinheit für Flüssigkeiten ist der Liter.

Der Liter ist ursprünglich ein würfelförmiges Gefäß, welches im Innern einen Dezimeter lang, breit und hoch ist.

Der Liter wird eingetheilt in
10 Deziliter oder Zehntelliter,
der Deziliter in 10 Centiliter oder Hundertelliter,
der Centiliter in 10 Milliliter oder Tausendelliter.

Der Liter enthält daher 10 Deziliter,
oder 100 Centiliter,
oder 1000 Milliliter.

Ein Milliliter ist dem Inhalt eines hohlen Kubik-Centimeters gleich.

10 Liter nennt man einen Decaliter,
100 Liter einen Hectoliter od. eine metr. Ohm,
1000 Liter einen Kiloliter oder ein metr. Fuder.

Ein Kiloliter oder ein metrisches Fuder ist dem Inhalt eines hohlen Kubikmeters gleich.

Bei Früchten, Mehl rc. wird der Hectoliter auch metrisches Malter genannt.

Gewichte.

§. 14. Die Haupteinheit der Gewichte ist der Gramm.

Der Gramm ist das Gewicht von einem Kubik-Centimeter oder Milliliter Wasser. *)

Der Gramm wird eingetheilt in

10 Dezigramm oder Zehntelgramm,

der Dezigramm in

10 Centigramm oder Hundertelgramm,

der Centigramm in

10 Milligramm oder Tausendelgramm.

Der Gramm enthält daher 10 Dezigramm,
oder 100 Centigramm,
oder 1000 Milligramm.

10 Gramm nennt man einen Dekagramm,
100 Gramm einen Hektogramm,
1000 Gramm einen Kilogramm,
10000 Gramm einen Myriagramm,
100 Kilogramm einen metrischen Zentner.

Ein Kilogramm ist das Gewicht von einem Kubik-Dezimeter oder Liter Wasser.

* §. 15. Den Gefäßen für Flüssigkeiten gibt man die Gestalt eines hohlen Zylinders, welcher doppelt so hoch als weit ist.

Den Gefäßen für trockene Sachen hingegen gibt man die Gestalt eines hohlen Zylinders, der eben so hoch als weit ist. —

---

*) Der Gramm ist das Gewicht von einem Kubik-Centimeter destillirtem Wasser im Zustand seiner größten Dichtigkeit bei $3\frac{1}{8}$° Reaumur, und im luftleeren Raum gewogen.

* Dimensionen der Maaße

für Flüssigkeiten, für Früchte.

Namen der Maaße.	Durchmesser.	Höhe.	Namen der Maaße.	Durchmesser und Höhe.
	m	m		m
Hectoliter	0,3993	0,7986	Hectoliter	0,5031
Decaliter	0,1853	0,3706	1/4 Hectol.	0,3169
2 Liter	0,1084	0,2671	1/8 id.	0,2515
Liter	0,0860	0,1720	1/16 id.	0,1996
1/2 Liter	0,0683	0,1366	1/32 id.	0,1584

§. 16. B. Maaße und Gewichte, welche beim Kleinhandel erlaubt sind.

1. Der neue Fuß. Er ist dem 3ten Theil des Meters gleich, oder 33 $\frac{1}{3}$ Centimeter.

Der Fuß wird eingetheilt in 12 Zoll,
der Zoll " " in 12 Linien.

Ein Quadratfuß enthält daher 144 Quadratzoll,
ein Quadratzoll 144 Quadratlinien.

Ein Kubikfuß enthält 1728 Kubikzoll,
ein Kubikzoll 1728 Kubiklinien.

2. Die neue Elle ist 60 Centimeter lang.

Die Elle wird eingetheilt in 2 halbe Ellen,
4 Viertelellen,
8 Achtelellen,
16 Sechzehntelellen.

Die Elle wird auch eingetheilt in 3 Drittelellen,
6 Sechstelellen,
12 Zwölftelellen.

Zwei Ellen nennt man einen Stab.

3. Der Schoppen ist ein halber Liter.

Der Schoppen enthält 2 halbe Schoppen,
oder 4 Viertelschoppen.

4. Der Hectoliter oder das metrische Malter wird eingetheilt in 4 Viernsel,
oder 8 Simmern,
das Simmern in 4 Vierling.

Es gehen also 32 Vierling auf einen Hectoliter.

5. Das neue Pfund ist ein halber Kilogramm.

Das neue Pfund ist daher das Gewicht von einem Schoppen Wasser.

Das Pfund wird eingetheilt in 32 Loth,
das Loth in 4 Quentchen.

Zwei Loth nennt man auch eine Unze.

100 Pfund nennt man einen leichten Zentner.

---

* Im Forstwesen und bei Vermessungen von Feldern wird auch der bayerische Fuß gebraucht.

Bem. Der bayerische Fuß ist nahe 29 Centimeter und 2 Millimeter oder 292 Millimeter lang.

Der bayerische Fuß wird eingetheilt in 10 Dezimalzoll,
der Dezimalzoll in 10 Dezimallinien.
10 Fuß nennt man eine Dezimal-Ruthe.

Ein Tagwerk ist eine Fläche, welche 20 bayerische Ruthen lang und eben so breit ist.

Ein Tagwerk enthält	400	Quadratruthen
	oder 40000	Quadratfuß.
Eine Quadratruthe enthält	100	Quadratfuß,
Ein Quadratfuß „	100	Quadratzoll,
Ein Quadratzoll „	100	Quadratlinien.

Bem. 15 Hectaren oder metrische Morgen sind nahe 44 Tagwerke. Dieses Verhältniß ist bis auf $\frac{1}{2000}$ des Ganzen genau.

Das Klafter Scheitholz ist 6 bayerische Fuß breit und eben so hoch, die Länge der Scheiter ist 4 bayerische Fuß.

Das Klafter enthält daher 144 bayerische Kubikfuß.

Bem. 1000 Klafter sind nahe 4152 Stère.

§. 17. C. Münzen.

Die Haupteinheit des Geldes ist der Gulden.

Ein Gulden enthält	60	Kreuzer,
ein Sechsbätzner oder ein dopp. Zwölfer	24	„
ein Dreibätzner oder ein Zwölfer	12	„
ein Sechskreuzerstück oder ein Sechser	6	„
ein Batzen	4	„
ein Groschen	3	„

Ein Kreuzer enthält 4 Pfennige.

Auf einen Gulden gehen daher	60	Kreuzer,
oder	20	Groschen,
oder	15	Batzen,
oder	10	Sechskreuzerstücke,
oder	5	Dreibätzner,
Auf 2 Gulden gehen	5	Sechsbätzner.

* Ein Kronenthaler gilt	2 fl.	42 kr.
ein halber Kronenthaler	1 „	21 „
ein Konventionsthaler	2 „	24 „

10 Kronenthaler sind	27 fl.
10 Konventionsthaler sind	24 „
5 „ „	12 „

* Ein Dukaten gilt	5 fl.	20 kr.
ein Karolin oder Louisd'or	11 „	— „
ein Mard'or	7 „	20 „

§. 18. D. Zeitmaaße.

Das astronomische Jahr ist die Zeit von einer Frühlingsnachtgleiche bis zur folgenden. Es enthält 365 Tage 5 Stunden und 49 Minuten.

Das bürgerliche Jahr ist die Zeit von einem Neujahr bis zum folgenden.

Ein gemeines bürgerliches Jahr enthält
365 Tage,
ein Schaltjahr 366 „

Das Jahr wird eingetheilt in 12 Monate von ungleicher Größe.

1.	Der Januar oder Jenner hat	31	Tage,
2.	der Februar oder Hornung	28	„
	in einem Schaltjahr	29	„
3.	der Merz	31	„
4.	der April	30	„
5.	der May	31	„
6.	der Juny	30	„
7.	der July	31	„
8.	der August	31	„
9.	der September	30	„
10.	der Oktober	31	„
11.	der November	30	„
12.	der Dezember	31	„

Im Durchschnitt nimmt man jeden Monat zu dreißig Tagen an.

Eine Woche hat 7 Tage,
oder 6 Arbeitstage.

Ein Jahr hat 52 Wochen und 1 Tag; ein Schaltjahr 52 Wochen und 2 Tage.

Der Tag wird eingetheilt in 24 oder 2mal 12 Stunden,
eine Stunde in 60 Minuten,
eine Minute in 60 Sekunden.

Auf ein Jahr rechnet man 300 Arbeitstage,
25 Arbeitstage auf 1 Monat.

* §. 19. E. Bogenmaaße.

Jeder Kreisumfang wird eingetheilt

	in 360	Grade,
jeder Grad	in 60	Minuten,
jede Minute	in 60	Sekunden.

* §. 20. F. Geographische Maaße.

Der Umfang eines ganzen Meridians der Erde ist	123137777	par. Fuß,
oder	40000000	Meter.
Ein Grad des Umfangs hat	342050	par. Fuß,
oder	111111	Meter.
Eine Minute hat nahe	5701	par. Fuß,
oder nahe	1852	Meter.
Eine Sekunde hat nahe	95	par. Fuß,
oder nahe	31	Meter.

Ein Grad des Umfangs wird auch eingetheilt in 15 deutsche oder geographische Meilen. Eine solche Meile enthält 22803 par. Fuß, oder nahe 7407 Meter.

Eine gute Stunde hat 4000 Meter.

Eine geographische Stunde ist eine halbe geographische Meile.

Eine Post ist 2 geographische Meilen oder 4 geographische Stunden.

* §. 21. G. Papiermaaße.

Ein Ballen hat	10	Rieß,
ein Rieß	20	Buch.
Ein Buch Schreibpapier hat	24	Bogen,
„ „ Druckpapier	25	„
ein Alphabet in der Buchdruckerey	23	„

§. 22. Ehe der Lehrer zur Addition übergeht, nehme

er mit Litern, Dekalitern, Hektolitern, Kilolitern ganz dieselben Verwandlungen vor, welche oben §. 7 mit Einern, Zehnern, Hundertern und Tausendern vorgenommen wurden. Z. B.:

1 Dekaliter ist so viel als 10 Liter,
2 Dekaliter sind so viel als 20 Liter, u. s. w.

1 Hektoliter ist so viel als 10 Dekaliter oder 100 Liter, u. s. w.

Auf welche verschiedene Arten können die folgenden Zahlen ausgesprochen werden?

3456 Lit.	6543 Gramm	13579 Gramm
3056 Lit.	6503 Gr.	13009 Gr.

§. 23. Erklärung einiger künftig vorkommenden Zeichen und Abkürzungen.

$+$ bedeutet: und oder dazu addirt.
$-$ „ weniger oder davon abgezogen.
$\times$ „ multiplizirt mit.
$:$ „ dividirt durch.
— zwischen zwei übereinander stehenden Zahlen bedeutet ebenfalls, daß die obere mit der untern dividirt werden soll.
$=$ bedeutet: ist gleich oder ist ebensoviel als, oder gibt.

$3 + 2 = 5$ bedeutet: 3 und 2 gibt 5,
$6 - 2 = 4$ „ 6 weniger 2 ist 4,
$2 \times 7 = 14$ „ 2 mit 7 multiplizirt gibt 14,
$14 : 2 = 7$ „ 14 mit 2 dividirt gibt 7,
$\frac{14}{2} = 7$ „ 14 mit 2 dividirt gibt 7,
$\frac{6 \times 4}{8} = 3$ „ 6 mit 4 multiplizirt und was heraus kommt mit 8 dividirt gibt 3,
$\frac{6}{3} \times 4 = 8$ „ 6 mit 3 dividirt und was heraus kommt mit 4 multiplizirt gibt 8.

m	bedeutet	Meter,	cm	bedeutet	Centimeter,
l	„	Liter,	mm	„	Millimeter,
g	„	Gramm,	Qm	„	Quadratmeter,
Hl	„	Hektoliter,	Km	„	Kubikmeter,
Kg	„	Kilogramm,	ꝛc.		ꝛc.

II. Abtheilung.

Die vier Grundrechnungen oder die vier Spezies mit unbenannten ganzen Zahlen.

§. 24. Die Arithmetik lehrt rechnen, d. i. aus gegebenen Zahlen durch gewisse Veränderungen neue finden, die mit den gegebenen in einem bestimmten Verhältniß stehen.

Die Veränderungen, welche mit den Zahlen vorgenommen werden können, sind Vermehrung und Verminderung.

Diese beiden Arten von Veränderungen geschehen entweder durch Addition oder durch Subtraction oder durch Multiplication oder durch Division.

Addition.

§. 25. Addiren heißt mehrere Zahlen in eine einzige Zahl zusammenfassen. Z. B.: 4 Aepfel und 3 Aepfel zusammen genommen sind 7 Aepfel; 10 Pferde und 5 Pferde sind 15 Pferde.

Die Zahlen, welche addirt werden sollen, heißen Summanden oder Posten oder Theile. Die Zahl welche durch die Addition gefunden wird, heißt Summe.

§. 26. Vorübungen.

A. 1 und 1 sind 2 und noch 1 sind 3 und noch 1 sind 4 . .
1 und 2 sind 3 und noch 2 sind 5 und noch 2 sind 7 . .
2 und 2 sind 4 und noch 2 sind 6 und noch 2 sind 8 . .
1 und 3 sind 4 und noch 3 sind 7 und noch 3 sind 10 .
2 und 3 sind 5 und noch 3 sind 8 und noch 3 sind 11 .
3 und 3 sind 6 und 3 sind 9 und 3 sind 12 .
1 und 4 sind 5 und 4 sind 9 und 4 sind 13
und so fort bis
9 und 9 sind 18.

Bei diesen Uebungen gehe man anfangs nur bis auf 20, später bis auf 100.

Dieselben Uebungen nehme man mit Einern, Zehnern ꝛc., ferner mit Litern, Dekalitern, Hektolitern ꝛc. vor. Z. B.:

1 Einer und noch 1 Einer sind 2 Einer . . . . . .
und so fort wie oben.
1 Zehner und noch 1 Zehner sind 2 Zehner . . . .
und so fort wie oben.
1 Hunderter und noch 1 Hunderter sind 2 Hunderter .
und so fort wie oben.

1 Liter und 2 Liter sind 3 Liter ꝛc. . . . .
ꝛc. ꝛc. ꝛc.
1 Dekaliter und 2 Dekaliter gibt 3 Dekaliter ꝛc. . .
ꝛc. ꝛc. ꝛc.

B. 10 und 10 sind 20 und 10 sind 30 und 10 sind 40 . .
10 und 20 sind 30 und 20 sind 50 und 20 sind 70 . .
20 und 20 sind 40 und 20 sind 60 und 20 sind 80 . .
und so fort.

C. 100 und 100 sind 200 und 100 sind 300 . . . . . .
und so fort.

---

§. 27. Um zu einer Zahl eine andere zu addiren, welche kleiner ist als 10, zählt man zu der größern nach und nach so viele Einheiten hinzu, als die kleinere Zahl enthält. Man thut dies anfangs an den Fingern nach einiger Uebung aber im Kopf. Z. B.:

4 und 3 zusammen sind 7; denn 4 und 1 dazu sind 5, und noch 1 dazu sind 6, und noch 1 dazu sind 7.

28 und 4 zusammen sind 32; denn 28 und 1 sind 29, und 1 sind 30, und noch 1 sind 31, und noch 1 sind 32.

§. 28. Um irgend zwei oder mehrere Zahlen zu addiren, schreibe man dieselben mit Ziffern so untereinander, daß alle Einheiten derselben Gattung in eine senkrechte Reihe zu stehen kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderter unter Hunderter u. s. f. und unterstreiche die unterste Zahl, um die Summe darunter zu setzen.

Nun zähle man zuerst die Einer zusammen; die einfachen Einer dieser ersten Theilsumme schreibe man unter den Strich in die Reihe der Einer und behalte die etwa darin vorkommenden Zehner im Sinn. Alsdann addire man die Zehner der angegebenen Zahlen und zähle die im Sinn behaltenen Zehner hinzu. Die einfachen Zehner dieser 2ten Theilsumme schreibe man wieder unter den Strich in die Reihe der Zehner und behalte die etwa darin vorkommenden Hunderter im Sinn; und so fort. Die letzte Theilsumme schreibe man so hin, wie man sie findet.

Enthält die Theilsumme der Einer keine einfachen Einer, so setzt man unter den Strich eine Null, um ihre Stelle zu bezeichnen. Dasselbe geschieht bei den Zehnern, Hundertern rc. Z. B.:

45	=	40 + 5	=	4 Z. + 5 E.
53	=	50 + 3	=	5 Z. + 3 E.
98	=	90 + 8	=	9 Z. + 8 E.
345	=	300 + 40 + 5	=	3 H. + 4 Z. + 5 E.
253	=	200 + 50 + 3	=	2 H. + 5 Z. + 3 E.
598	=	500 + 90 + 8	=	5 H. + 9 Z. + 8 E.

75	=	70 + 5	=	7 Z. + 5 E.
89	=	80 + 9	=	8 Z. + 9 E.
164	=	150 + 14	=	15 Z. + 14 E.
	=	160 + 4	=	16 Z. + 4 E.

2301	72035	35976	78965
235	6344	28017	3749
2536	78379	63993	82714

4444	38407	1345867	78355
5555	73586	3864933	7584
6666	97587	5720807	314263
7777	10865	4380089	956
8888	83573	12894300	41357
33330	304018	28205996	442515

Bei der Addition des letzten Beispiels spricht man so: 6 und 7 sind 13, und 3 sind 16, und 4 sind 20, und 5 sind 25 Einer, oder 2 Zehner und 5 Einer. 5 Einer schreibt man hin, und 2 Zehner behält man im Sinn.

Zwei Zehner im Sinn und 5 sind 7, und 5 sind 12, und 6 sind 18, und 8 sind 26, und 5 sind 31 Zehner oder drei Hunderter und 1 Zehner; 1 Zehner hin, und 3 Hunderter im Sinn.

und so fort.

§. 29. Vortheile beim Addiren.

I. Anstatt immer nur Eine Ziffer zur andern hinzuzählen, fasse man zuweilen mehrere zusammen, welche 10 ausmachen. So sage man im letzten Beispiele:

10 (7 und 3) und 10 (6 und 4) sind 20 und 5 sind 25.

II. Anstatt 11 hinzuzuzählen, zähle man 10 hinzu und alsdann noch 1.

III. Anstatt 9 hinzuzuzählen, zähle man 10 hinzu und ziehe nachher 1 wieder ab.

§. 30. Probe der Addition.

Zuverläßige Proben gibt es im Grund keine. Da man jedoch nicht leicht auf zwei ganz verschiedenen We-

gen denselben Fehler begeht, so berechnet man eine Aufgabe entweder auf zwei verschiedene Arten, oder man sieht die gefundene Zahl als gegeben an, und sucht daraus eine der gegebenen zu bestimmen.

Als Probe der Addition zähle man die einzelnen Ziffern von oben nach unten zusammen, anstatt von unten nach oben; oder, wenn viele Posten vorhanden sind, wie dies bei großen Rechnungen der Fall ist, so theile man alle Zahlen in mehrere Parthien ab, addire dieselben und zähle zuletzt die partiellen Summen zusammen.

Beispiele zur Uebung.

Welches ist die Summe aller ungeraden Zahlen von 1 bis 100? Antw. 2500.

Welches ist die Summe aller geraden Zahlen von 1 bis 100? Antw. 2550.

Welches ist die Summe aller Zahlen von 1 bis 100? Antw. 5050.

	Meter			Stunden
Von Speyer bis Neustadt sind	23000	oder	ungefähr	6
„ Neustadt bis Frankenstein	14000	„	„	4
„ Frankenstein bis Lautern	14000	„	„	4
„ Lautern bis Landstuhl	15000	„	„	4
„ Landstuhl bis Homburg	18000	„	„	5
„ Homburg bis Zweibrücken	10000	„	„	3
Von Speyer bis Zweibrücken	94000	„	„	26

Das Königreich Bayern besteht aus 8 Kreisen.

Der Isarkreis hat	286	□ Meilen	und		534039	Einw.
Der Oberdonaukreis	182	„	„	„	492000	„
Der Unterdonaukreis	155	„	„	„	410560	„
Der Regenkreis	179	„	„	„	387000	„
Der Rezatkreis	148	„	„	„	520000	„
Der Obermainkreis	161	„	„	„	445666	„
Der Untermainkreis	170	„	„	„	507921	„
Der Rheinkreis	103	„	„	„	510000	„
Zusammen	1384	„	„	„	3807186	„

Zur weitern Uebung kann der Lehrer auch die Beispiele §. 201 benützen, er darf nur beim Diktiren den Dezimalstrich weglassen.

Subtraction.

§. 31. Eine Zahl von einer andern subtrahiren heißt eine kleinere Zahl von einer größern abziehen, oder den Unterschied zweier Zahlen finden. Wenn man 3 von 5 abzieht, so bleiben 2 übrig; 2 ist der Unterschied zwischen 3 und 5.

Die größere Zahl wird Minuend oder auch das Ganze genannt, die kleinere Zahl Subtrahend oder Abzug und was übrig bleibt Rest, Unterschied oder Differenz.

Wenn man zu dem Rest die kleinere Zahl hinzusetzt, so erhält man wieder die größere oder das Ganze.

§. 32. Vorübungen.

1 von 10 bleiben 9,	1 von 9 bleiben 8,	1 von 8 bleiben 7, ꝛc.
2 von 11 bleiben 9,	2 von 9 bleiben 7,	2 von 7 bleiben 5, . .
2 von 10 bleiben 8,	2 von 8 bleiben 6,	. . . .
3 von 12 bleiben 9,	3 von 9 bleiben 6,	. . . .
3 von 11 bleiben 8,	3 von 8 bleiben 5,	. . . .
3 von 10 bleiben 7,	3 von 7 bleiben 4,	. . . .
4 von 13 bleiben 9,	4 von 9 bleiben 5,	. . . .
4 von 12 bleiben 8,	4 von 8 bleiben 4,	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .

10 von 100 bleiben 90,	10 von 90 bleiben 80,	. . . . .
20 von 100 bleiben 80,	20 von 80 bleiben 60,	. . . . .
10 von 90 bleiben 70,	20 von 70 bleiben 50,	. . . . .
. . . .	. . . .	. . . . .

Dieselbe Uebung gehe man mit Einern, Zehnern, Hundertern durch; und auch mit Litern, Dekalitern, Hektolitern, wie oben bei der Addition.

---

§. 33. Um irgend eine Zahl von einer andern abzuziehen, schreibe man die kleinere so

unter die größere, daß die Einheiten derselben Ordnung unter einander kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. f. und unterstreiche die kleinere Zahl, um den Rest darunter zu setzen.

Nun ziehe man die Einer der kleineren Zahl von den darüberstehenden Einern der größern Zahl ab, und setze den Rest in die Reihe der Einer unter den Strich. Ebenso ziehe man die Zehner von den Zehnern, die Hunderter von den Hundertern u. s. w. ab, und setze jedesmal den Rest unter die Ziffer, welche man abgezogen hat.

$$\begin{array}{rcrcr}
98 & = & 90 + 8 & = & 9\text{ Z.} + 8\text{ E.} \\
53 & = & 50 + 3 & = & 5\text{ Z.} + 3\text{ E.} \\
\hline
45 & = & 40 + 5 & = & 4\text{ Z.} + 5\text{ E.}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcr}
598 & = & 500 + 90 + 8 \\
253 & = & 200 + 50 + 3 \\
\hline
345 & = & 300 + 40 + 5
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcr}
3579 & = & 3000 + 500 + 70 + 9 & = & 3\text{ T.} + 5\text{ H.} + 7\text{ Z.} + 9\text{ E.} \\
1032 & = & 1000 + 000 + 30 + 2 & = & 1\text{ T.} + 0\text{ H.} + 3\text{ Z.} + 2\text{ E.} \\
\hline
2547 & = & 2000 + 500 + 40 + 7 & = & 2\text{ T.} + 5\text{ H.} + 4\text{ Z.} + 7\text{ E.}
\end{array}$$

Im letzten Beispiele sagt man so:

2 Einer von 9 Einern bleiben 7 Einer. 3 Zehner von 7 Zehnern bleiben 4 Zehner. Keine Hunderter von 5 Hundertern bleiben 5 Hunderter. Ein Tausender von 3 Tausendern bleiben 2 Tausender.

II. Wenn die abzuziehende untere Ziffer der obern gleich ist, so bleibt nichts übrig; in diesem Fall setzt man eine Null an die Stelle des Restes.

III. Ist die obere Ziffer aber kleiner, als die untere, so denke man sich dieselbe um 10 Einheiten vermehrt, die folgende bedeutende Ziffer zur Linken um 1 vermindert, und die dazwischen liegenden Nullen sehe man als eben so viel 9 an.

3152	=	2000	+	1100	+	40	+	12				
2514	=	2000	+	500	+	10	+	4				
638				600	+	30	+	8				
3702	=	3000	+	600	+	90	+	12				
2165	=	2000	+	100	+	60	+	5				
1537		1000	+	500	+	30	+	7				
25003	=	20000	+	4000	+	900	+	90	+	13		
1485	=			1000	+	400	+	80	+	5		
23518	=	20000	+	3000	+	500	+	10	+	8		

Im ersten Beispiele spricht man:

4 Einer kann man von 2 Einern nicht abziehen, 1 Zehner bei 5 Zehnern gelehnt, gibt 10 Einer, und 2 Einer dazu sind 12 Einer, 4 Einer von 12 Einern abgezogen bleiben 8 Einer.

1 Zehner von 4 Zehnern abgezogen, (es sind nur noch 4 Zehner, weil 1 Zehner gelehnt wurde) bleiben 3 Zehner.

5 Hunderter von 1 Hunderter kann man nicht abziehen, 1 Tausender bei 3 Tausendern gelehnt gibt 10 Hunderter, und 1 Hunderter dazu sind 11 Hunderter, 5 Hunderter von 11 Hundertern bleiben 6 Hunderter.

2 Tausender von 2 Tausendern (denn 1 Tausender wurde gelehnt) abgezogen bleibt nichts übrig; die Null wird nicht hingeschrieben, weil im Rest gegen die Linke hin keine bedeutende Ziffer mehr folgt.

Im 2ten Beispiele lehnt man bei 7 einen Hunderter, dieser gibt 10 Zehner oder 9 Zehner und 10 Einer.

Anstatt 3702 denkt man sich daher $\overset{12}{3690}$ oder 3690 + 12

Im dritten Beispiele denkt man sich 25003 in $\overset{13}{24990}$ oder 24990 + 13 verwandelt und spricht abgekürzt:

5 von 3 geht nicht, 5 von 13 bleiben 8, 8 von 9 bleibt 1, 4 von 9 bleiben 5, 1 von 4 bleiben 3, 2 sind 2.

602	6503	5000	60000	249689
306	4469	3455	34688	174899
296	2034	1545	25312	74790
6045	9456	10582	34903	9210101
4222	2346	9449	8498	9101010
1823	7110	1133	26405	109091

mit dem Divisor, schreibe den Quotienten (4) zur Rechten der ersten Ziffer (2) hin, multiplizire mit der eben gefundenen Ziffer des Quotienten (4) den Divisor und ziehe das Produkt (12) vom 2ten partiellen Dividenden ab.

Zur Rechten des Rests (2) setze man wieder die folgende Ziffer des Dividenden (1) herunter, um einen 3ten partiellen Dividenden (21) zu erhalten. Diesen dritten partiellen Dividenden dividire man wieder mit dem Divisor, setze den Quotienten (7) zur Rechten der zwey ersten Ziffern des Quotienten hin, multiplizire mit dem eben gefundenen Ziffer den Divisor und ziehe das Produkt (21) vom 3ten partiellen Dividenden ab. (21 von 21 bleibt nichts übrig.)

Da jetzt alle Ziffern des Dividenden herabgesetzt und dividirt worden sind, so ist die Division zu Ende. Der Quotient ist 247.

Bei der vorhergehenden Division sollte man eigentlich schreiben und sprechen, wie folgt:

741	3
600	200
141	40
120	7
21	
21	
0	

3 ist in 7 Hundertern oder in 700 200mal enthalten, 200mal 3 sind 600, von 741 abgezogen, bleiben 141.

3 ist in 14 Zehnern oder in 140 40mal enthalten, 40mal 3 sind 120, von 141 abgezogen, bleiben 21.

3 ist in 21 Einern oder in 21 7mal enthalten, 7mal 3 sind 21, von 21 bleibt nichts übrig.

3 ist also in 741 200 und 40 und 7mal oder 247mal enthalten.

Man könnte auch so sprechen:

Der 3te Theil von 7 Hundertern sind 2 Hunderter, und 1 Hunderter Rest.

1 Hunderter Rest sind 10 Zehner, und 4 Zehner dazu, sind 14 Zehner.

Der 3te Theil von 14 Zehnern sind 4 Zehner, und 2 Zehner Rest.

2 Zehner Rest sind 20 Einer, und 1 Einer dazu, sind 21 Einer.

Der 3te Theil von 21 Einern sind 7 Einer.

Der 3te Theil von 741 ist daher 2 Hunderter 4 Zehner und 7 Einer, oder 247.

Wenn der Divisor in einem partiellen Dividenden nicht ganz enthalten ist, so schreibe man in den Quotienten eine Null, setze die folgende Ziffer des Dividenden herunter, und versuche die Division von Neuem. Z. B.:

```
1.) 621 | 3            2.) 60021 | 3
    6·· |----              6···· |------
    --- | 207              ----- | 20007
    021                    00021
                              21
                              --
                               0
```

Man spricht hier abgekürzt:

1.) 3 in 6 geht 2mal, 2 hin; 2mal 3 gibt 6 von 6 geht auf.
2 herunter. 3 in 2 geht 0mal.
1 herunter. 3 in 21 geht 7mal.

2.) 3 in 6 geht 2mal, 2 hin; 2mal 3 gibt 6 von 6 geht auf.
0 herunter. 3 in 0 geht 0mal.
noch eine Null herunter. 3 in 0 geht wieder 0mal.
2 herunter. 3 in 2 geht wieder 0mal.
1 herunter. 3 in 21 geht 7mal.

§. 54. **Um eine mehrziffrige Zahl mit einer mehrziffrigen zu dividiren**, verfährt man ganz wie bei der Division mit einer einziffrigen. Z. B. 12508 soll mit 53 dividirt werden.

```
12508 | 53             12508 | 53
106·· |----            10600 |-----
----- | 236            ----- | 200
 190                    1908 |  30
 159                    1590 |   6
 ---                    ----
  318                    318
  318                    318
  ---                    ---
    0                      0
```

53 ist in 125 Hundertern oder in 12000 200mal enthalten, 200mal 53 sind 10600, abgezogen von 12508 bleiben 1908. 53 ist in 190 Zehnern oder in 1900 30mal enthalten, 30mal 53 gibt 1590, abgezogen von 1908 bleiben 318. 53 ist in 318 6mal enthalten, 6mal 53 gibt 318, von 318 abgezogen geht auf.

Bem. Um zu finden, wie oft 53 in 125 enthalten ist, sucht man, wie oft 5 in 12 enthalten ist. Um zu finden, wie oft 53 in 190 enthalten ist, sucht man, wie oft 5 in 19 enthalten ist.

Zuweilen tritt der Fall ein, daß man ein Produkt von dem entsprechenden partiellen Dividenden nicht abziehen kann, man muß alsdann die Ziffer des Quotienten um 1 vermindern.

Wenn nach dem Abzug eines Produkts ein Rest übrig bleibt, der größer oder eben so groß ist, als der Divisor, so muß man im Gegentheil die letzte Ziffer des Quotienten um 1 vergrößern.

Beispiele.

1.	212158	mit	61	dividirt,	gibt	3478,
2.	359996	"	91	"	"	3956,
3.	2100736	"	16	"	"	131296,
4.	951368	"	19	"	"	50072,
5.	404482592	"	6008	"	"	67324,
6.	1293120	"	2694	"	"	480,
7.	20622112	"	34256	"	"	602.

Probe der Division.

Um die Probe der Division zu machen, multiplizire man den Quotienten mit dem Divisor und addire zu dem Produkt den etwa übrig gebliebenen Rest hinzu, was herauskommt muß dem Dividenden gleich werden.

Vortheile beim Dividiren.

§. 55. I. Um eine Zahl mit 10, 100, 1000 ꝛc. zu dividiren, schneide man am Ende zur Rechten eine, zwei oder drei ꝛc. Nullen ab.

a.) 1230 : 10 = 123   b.) 12300 : 100 = 123
c.) 240000 : 1000 = 240

a.) denn 1230 sind 123 Zehner, und der 10te Theil von 123 Zehnern sind 123 Einer.
b.) 12300 sind 123 Hunderter, der 100te Theil von 123 Hundertern sind 123 Einer.
c.) 240000 sind 240 Tausender, der 1000te Theil von 240 Tausendern sind 240 Einer.

§. 56. II. **Hat der Dividend nicht so viele Nullen am Ende als der Divisor**, so betrachte man die abgeschnittenen Ziffern als Rest. Z. B.:

135 : 10 = 13 mit dem Rest 5,
1230 : 100 = 12 mit dem Rest 30,
42310 : 1000 = 42 mit dem Rest 310.

Durch wirkliche Division kann man sich von der Richtigkeit dieses Verfahrens überzeugen:

```
135 | 10        1230 | 100        42310 | 1000
10  | 13        100  | 12         4000  | 42
 35              230               2310
 30              200               2000
  5 Rest.         30 Rest.          310 Rest.
```

§. 57. III. **Wenn der Divisor aus einer oder mehreren bedeutenden Ziffern mit angehängten Nullen besteht**, so schneide man vom Divisor die Nullen, und vom Dividenden eben so viele Ziffern zur Rechten ab; dividire die übrig gebliebenen Ziffern, und setze zum letzten Rest die abgeschnittenen Ziffern des Dividenden herunter.

```
835|2 | 6|0       anstatt       8352 | 60
6··   | 139                     60   | 139
23                              235
18                              180
 55                              552
 54                              540
 12 Rest.                         12 Rest.
```

```
3787|000 | 7|000        anstatt     3787000 | 7000
35 ··    |------                    35000   |-----
--       | 541                      -----   | 541
 28                                 28700
 28                                 28000
 --                                 -----
  07                                 7000
   7                                 7000
  ----                               ----
  0000 Rest.                            0 Rest.

34185|237 | 67|000      anstatt     34185237 | 67000
335 ··    |-------                  335000   |------
---       | 510                     ------   | 510
  68                                 68523
  67                                 67000
  -----                              -----
  15237 Rest.                        15237 Rest.
```

§. 58. IV. Wenn man mit einer Ziffer zu dividiren hat, so kann man das partielle Produkt jedesmal in Gedanken abziehen, den partiellen Dividenden durchstreichen und den Rest darüber oder darunter setzen, z. B.:

```
 ~~4~~        | 6          ~~4~~           | 6          oder so:  ~~8~~~~3~~~~5~~|2  | 6|0
~~348~~       |---        ~~3486~~         |----                   ~~2~~~~5~~ 12   |-----
              | 58                         | 581                                   | 139
```

Man kann auch den Quotienten gerade unter den Dividenden setzen z. B.:

```
~~4~~ ~~7~~ 45     |                              
~~34876~~|5   | 6|0        oder so:      ~~34876~~|5  | 6|0
                                          ~~4~~ ~~7~~ 45   |
   5812 Quotient.                                 5812 Quotient.
```

Man kann selbst die Reste und auch den Divisor weglassen, und nur den Quotienten schreiben, z. B.:

3486 Dividend, (Divisor 6)
581 Quotient.

* §. 59. V. Anstatt mit 25 zu dividiren, multiplizire man mit 4 und schneide alsdann die 2 letzten Ziffern als Rest ab. Z. B.:

3675 : 25 = 14700 : 100 = 147

Denn mit 25 dividiren ist so viel als mit 4 multipliziren, und was herauskommt, mit 100 dividiren. (§. 85.)

12175 : 25	358650 : 25	53271 : 25
4	4	4
487|00	14346|00	2130|84

Zur weitern Uebung im Dividiren können außer den folgenden Beispielen die Multiplikations-Beispiele §. 42 benützt werden.

§. 60. Beispiele zur Uebung.

1. Wenn 6 Kinder 324 Nüsse unter sich zu theilen haben, wie viele bekommt jedes? Antw. 54.
2. Wenn 3 Pfund Butter 54 Kreuzer kosten, was kostet 1 ℔? Antw. 18 kr.
3. Wenn 4 Liter Wein 52 kr. kosten, was kostet 1 Liter? Antw. 13 kr.
4. Was wiegt der Hektoliter,

	Hektol.	Kilogr.			Kilogr.
a.)	da 12 Brandwein	1140	wiegen?	Antw.	95
b.)	„ 15 Essig	1515	„	Antw.	101
c.)	„ 14 Rüböl	1288	„	Antw.	92
d.)	„ 16 Magsaamenöl	1488	„	Antw.	93
e.)	„ 18 Leinöl	1696	„	Antw.	94

5. Wenn man für 1 fl. 50 Eier bekommt, wie viele Eier bekommt man für einen Sechser? Antw. 5 Eier.
6. Wenn man 240 Aepfel für 1 fl. bekommt, wie viele Aepfel bekommt man für 1 kr.? Antw. 4.
7. a.) Wie viele Groschen sind 195 kr.? Antw. 65.
   b.) Wie viele Groschen sind 2520 kr.? Antw. 840.
8. a.) Wie viele Batzen sind 508 kr.? Antw. 127.
   b.) Wie viele Batzen sind 3204 kr.? Antw. 801.
9. a.) Wie viele Sechser sind 4218 kr.? Antw. 703.
   b.) Wie viele Sechser sind 123450 kr.? Antw. 20575.
10. a.) Wie viele Wochen sind 365 Tage? Antw. 52 Wochen und 1 Tag.
    b.) Wie viele Wochen sind 1000 Tage? Antw. 142 Wochen und 6 Tage.

11. a.) Wie viele Ellen sind 1200 Centimeter? A. 20 Ellen.
b.) Wie viele Ellen sind 4860 Centimeter? A. 81 Ellen.

12. a.) Wie viele Gulden sind 1380 kr.? Antw. 23 fl.
b.) Wie viele Gulden sind 24240 kr.? Antw. 404 fl.

13. a.) Wie viele Gulden sind 87600 Pfennige? A. 365 fl.
b.) Wie viele Gulden sind 72720 Pfennige? A. 303 fl.

14. Wie viele Stunden sind 86400 Sekunden?
Antw. 24 Stunden.

*15. Wie viele Grad sind 648000 Sekunden? A. 180 Grad.

16. a.) Wie viele Dreibätzner sind 2472 kr.? Antw. 206.
b.) Wie viele Dreibätzner sind 1896 kr.? Antw. 158.

17. a.) Wie viele Sechsbätzner sind 4920 kr.? Antw. 205.
b.) Wie viele Sechsbätzner sind 7032 kr.? Antw. 293.

18. Wie viele Häufchen, jedes zu 8 Nüssen, kann man aus 2456 Nüssen machen? Antw. 307.

19. Wie viele Portionen, zu 2 Kilogramm, kann man aus 1156 Kilogramm Fleisch machen? Antw. 578.

*20. 1 Tagwerk enthält 3407 Centiaren oder Quadratmeter;
a.) wie viele Tagwerke sind 20442 Centiaren? A. 6 Tagw.
b.) wie viele Tagwerke sind 27256 Centiaren? A. 8 Tagw.
c.) wie viele Tagwerke sind 126050 Centiaren? A. 39 Tagw.

*21. Ein bayer. Kubikfuß enthält 24861 Kubik-Centimeter;
a.) wie viele bayer. K. Fuß sind 174027 Kcmt.? A. 7.
b.) wie viele bayer. K. Fuß sind 2237490 Kcmt.? A. 90.
c.) wie viele bayer. K. Fuß sind 4474980 Kcmt.? A. 180.

22. Ein Ziegel ist 14 Centimeter breit;
a.) wie viele Ziegel gehen auf 2100 Centimeter? A. 150.
b.) wie viele Ziegel gehen auf 2898 Centimeter? A. 207.
c.) wie viele Ziegel gehen auf 2940 Centimeter? A. 210.

22. Wenn in 33 Jahren auf der ganzen Erde 1 248 825 600 Menschen geboren werden, wie viele werden in einem Jahre geboren? Antw. 37 843 200;
wie viele in einem Tag, das Jahr zu 365 Tagen gerechnet? Antw. 173 680;
wie viele in einer Minute? Antw. 72.

23. Wenn ein Weber in 300 Arbeitstagen 3600 Ellen Tuch weben will, wie viele Ellen muß er jeden Tag weben? Antw. 12 Ellen.

24. Eine Spinnerin spinnt in einem Tag oder in 12 Stunden einen Faden von 2160 Ellen; wie viele Ellen spinnt sie in einer Minute? Antw. 3.

25. Die Erde macht jedes Jahr mit uns eine Reise von 128 297 600 geogr. Meilen um die Sonne. Wie viele Meilen legt die Erde jeden Tag zurück? Antw. 354240 Meilen; Wie viele Meilen legt sie in jeder Sekunde zurück? Antw. über 4 Meilen.

26. Wie viele Säcke braucht man zu 1000 Kilogramm Mehl, wenn man in jeden Sack 125 Kilogramm füllen will? Antw. 8 Säcke.

27. Wie viele Röhren von 4 Meter Länge braucht man zu einer Wasserleitung von 3000 Meter Länge? Antw. 750 Röhren.

28. Ein 4eckigter Platz ist mit 1656 Bäumen besetzt, in jeder Reihe stehen 36 Bäume, wie viele Reihen sind es? A. 46.

29. Wie viele Fässer zu 1250 Liter braucht man, um 100000 Liter Wein aufzubewahren? Antw. 80.

30. Wie viele bayer. Fuß sind 10512 Millimeter, da der bayer. Fuß 292 Millimeter lang ist? Antw. 36.

31. Wie viele par. Fuß sind 15600 Millimeter, da ein par. Fuß 325 Millimeter lang ist? Antw. 48.

Besondere Eigenschaften der Zahlen.

§. 61. Man sagt, eine Zahl sey durch eine andere theilbar, wenn sie sich durch dieselbe ohne Rest dividiren oder theilen läßt. Z. B.: 12 ist durch 4 theilbar, aber nicht durch 5; 10 ist durch 5 theilbar, aber nicht durch 4.

Die kleinere Zahl, durch welche die größere theilbar ist, wird ein Theiler oder ein Faktor der größern genannt. Die größere heißt ein Vielfaches der kleinern. 4 ist ein Theiler von 12, 5 ein Theiler von 10.

12 ist ein Vielfaches von 4, nämlich das Dreifache. 10 ist ein Vielfaches von 5, nämlich das Zweifache oder das Doppelte.

Wenn eine Zahl keine andern Theiler hat als 1 und sich selbst, so wird sie eine **Primzahl** oder eine **einfache Zahl** genannt. Jede andere Zahl heißt eine **zusammengesetzte**.

Primzahlen oder einfache Zahlen sind:
1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ꝛc.
zusammengesetzte: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18...

§. 62. **Jede zusammengesetzte Zahl kann als ein Produkt von zwei oder mehreren Factoren angesehen werden.** Z. B.:

$4 = 2 \times 2 \quad 6 = 2 \times 3 \quad 9 = 3 \times 3$
$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad 10 = 2 \times 5 \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$
$24 = 4 \times 6 = 3 \times 8 = 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 2 \times 3.$

§. 63. Es ist leicht, **die einfachen Factoren von kleinen Zahlen zu finden.** Man darf die Zahl nur in irgend zwei Faktoren zerlegen, jeden Faktor wieder in einfachere und so fort, bis alle Faktoren einfach sind. Z. B.:

$$360 = 36 \times 10$$
$$4 \times 9 \times 2 \times 5$$
$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5$$

Die einfachen Faktoren von 360 sind also geordnet diese: $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$.

§. 64. **Man kann die Faktoren einer Zahl mit einander multiplizieren, in welcher Ordnung man will, das Produkt wird immer dasselbe seyn.** (§. 36.) Von der Richtig-

keit dieses Satzes kann man sich durch Probiren überzeugen. Z. B.: $2 \times 3 \times 5 = 6 \times 5 = 30$
$3 \times 2 \times 5 = 6 \times 5 = 30$
$2 \times 5 \times 3 = 10 \times 3 = 30$

§. 65. Eine Zahl ist mit 2 theilbar, wenn die letzte Ziffer gerade ist. Z. B.: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 32, 46, 356, 938.

§. 66. Eine Zahl ist mit 3 theilbar, wenn die Quersumme der Ziffern mit 3 theilbar ist, d. i. wenn die Ziffern der gegebenen Zahl zusammen addirt eine Summe geben, welche mit 3 theilbar ist. Z. B.: 9237 ist mit 3 theilbar, weil die Quersumme der Ziffern $9 + 2 + 3 + 7 = 21$ mit 3 theilbar ist.

§. 67. Eine Zahl ist mit 5 theilbar, wenn die letzte Ziffer 0 oder 5 ist. Z. B.: 70, 85, 235.

§. 68. Eine Zahl ist mit 6 theilbar, wenn sie mit 2 und mit 3 theilbar ist. Z. B.: 24, 42, 312, 714, 9372.

§. 69. Eine Zahl ist mit 9 theilbar, wenn die Quersumme der Ziffern mit 9 theilbar ist. Z. B.: 923751 ist mit 9 theilbar, weil $9 + 2 + 3 + 7 + 5 + 1 = 27$ mit 9 theilbar ist.

§. 70. Eine Zahl ist mit 10 theilbar, wenn die letzte Ziffer 0 ist.

§. 71. Eine Zahl ist mit 100, 1000 ꝛc. theilbar, wenn sie am Ende 2, 3 ꝛc. Nullen hat.

Zur Uebung zerlege man folgende Zahlen in ihre einfachen Faktoren:

a.) 2700 = 2 × 2 × 3 × 3 × 3 × 5 × 5
b.) 6300 = 2 × 2 × 3 × 3 × 5 × 5 × 7
c.) 3960 = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5 × 11
d.) 1575 = 3 × 3 × 5 × 5 × 7
e.) 4875 = 3 × 5 × 5 × 5 × 13

§. 72. Eine Zahl mit welcher sich 2 oder mehrere gegebene Zahlen ohne Rest theilen lassen, nennt man einen gemeinschaftlichen Theiler dieser Zahlen.

Gemeinschaftliche Theiler von 24 und 36 sind: 2, 3, 4, 6, 12.

Der größte gemeinschaftliche Theiler von 24 und 36 ist 12; er enthält alle kleinern Theiler als Faktoren.

* §. 73. Um diesen größten gemeinschaftlichen Theiler zu finden, kann man so verfahren:

2	24	36
2	12	18
3	6	9
12	2	3

oder:

4	24	36
3	6	9
12	2	3

Das ist, man dividire die beiden Zahlen mit 2 und schreibe diesen Theiler links hin.

Die Quotienten dividire man wieder mit 2 und schreibe diesen Theiler noch einmal links hin.

Die Quotienten dividire man nun mit 3 und schreibe diesen Theiler ebenfalls hin.

Da jetzt die beiden Quotienten 2 und 3 keinen gemeinschaftlichen Theiler mehr haben, so ist man fertig.

Die einfachen Theiler sind 2, 2, 3, und der größte gemeinschaftliche Theiler ist 2 × 2 × 3 = 12.

* §. 74. Um die gemeinschaftlichen Theiler zweier Zahlen zu finden welche sich nicht mit 2, 3, 5 reduziren lassen, dividire man die größere Zahl mit der kleinern,
die kleinere mit dem Rest, der übrig bleibt,
diesen ersten Rest mit dem zweiten Rest,
den zweiten Rest mit dem dritten Rest, und
so fort, bis die Division aufgeht.

Der letzte Divisor, welcher in seinem Dividenden aufgeht, ist der größte gemeinschaftliche Theiler der beiden gegebenen Zahlen.

Es soll z. B. der gemeinschaftliche Theiler von 161 und 217 gesucht werden:

217 mit 161 dividirt gibt 1 zum Quotienten und 56 zum Rest;
161 mit 56 dividirt gibt 2 zum Quotienten und 49 zum Rest;
56 mit 49 dividirt gibt 1 zum Quotienten und 7 zum Rest;
49 mit 7 dividirt geht auf.

7 ist daher der größte gemeinschaftliche Theiler der beiden Zahlen 161 und 217.

Der größte gemeinschaftliche Theiler
von 221 und 299 ist 13,
von 493 und 629 „ 17,
von 1081 und 1403 „ 23.

§. 75. **Um die kleinste Zahl zu finden, in welcher mehrere gegebene Zahlen, z. B.: 12, 30, 20, 36, 72, 15, 40, 45 ohne Rest aufgehen, verfahre man auf folgende Weise:**

2	~~12~~	~~30~~	~~20~~	~~36~~	~~72~~	~~15~~	~~40~~	~~45~~
5		~~15~~			36		~~20~~	~~9~~
							~~4~~	

Man schreibe nämlich alle Zahlen in eine Reihe und durchstreiche diejenigen, welche in andern größern aufgehen; 12 geht in 36, 20 in 40, 15 in 30, 36 in 72 auf.

Alsdann theile man mit einem einfachen Theiler so viele von den übrigen Zahlen als möglich. Die Quotienten schreibe man unter die dividirten Zahlen, den Theiler aber setze man schon vorher bei Seite. Z. B.: 2 in 30 geht 15mal, in 72 36mal, in 40 20mal.

Wenn jetzt unter den Quotienten einer oder mehrere sind, die in andern aufgehen, so streiche man dieselben wieder durch.

15 geht in 45 auf.

Die übrigen Zahlen und Quotienten suche man nun wieder mit einem Theiler zu theilen.

Z. B.: mit 5 und so fort.

5 in 20 geht 4mal, in 45 9mal.

4 und 9 gehen in 36 auf, also wieder durchgestrichen.

Die letzten Zahlen, welche keinen gemeinschaftlichen Theiler mehr haben, multiplizire man unter sich und mit den links

hingeschriebenen Theilern, das Produkt ist die verlangte Zahl, in welcher alle gegebenen Zahlen aufgehen.

$$36 \times 5 \times 2 = 360.$$

Dasselbe Beispiel noch kürzer:

5	~~12~~	~~30~~	~~20~~	~~36~~	72	~~15~~	~~40~~	~~45~~
		6					8	9

$$72 \times 5 = 360.$$

a.)	Die Zahlen	5, 6, 8, 12, 16, 18, 24	gehen	auf in	720.
b.)	„ „	12, 15, 20, 36, 40, 45, 60	„	„	360.
c.)	„ „	36, 45, 54, 60, 72, 80, 96	„	„	4320.
d.)	„ „	20, 30, 40, 45, 72, 75, 100	„	„	1800.
e.)	„ „	32, 40, 48, 60, 72, 84, 100	„	„	12600.

Wenn die gegebenen Zahlen keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, so muß man dieselben ohne weiters mit einander multipliziren. Z. B.:

2 × 3 × 5 gibt 30, 30 ist die kleinste Zahl, in welcher 2, 3 und 5 zugleich aufgehen:

* §. 76. **Wenn man einen Faktor eines Produkts mit einer Zahl multiplizirt, so wird das Produkt eben so viel mal größer.** Z. B.: 6 mit 8 multiplizirt gibt doppelt so viel als 6 mit 4 multiplizirt.

* §. 77. **Wenn man umgekehrt einen Faktor eines Produkts mit einer Zahl dividirt, so wird das Produkt eben so viel mal kleiner.** Z. B.: 6 mit 2 multiplizirt gibt nur halb so viel als 6 mit 4 multiplizirt.

* §. 78. **Ein Produkt wird nicht geändert, wenn man einen Faktor multiplizirt und den andern mit derselben Zahl dividirt.** Z. B.: 4 mit 6 multiplizirt gibt so viel als 2 mit 12 oder 8 mit 3.

15 × 12 = 30 × 6 = 180
45 × 16 = 90 × 8 = 720
5 × 36 = 20 × 9 = 10 × 18 = 180
25 × 36 = 100 × 9 = 900

Man kann sich daher die Multiplikation zweier Zahlen öfters dadurch erleichtern, daß man den einen Faktor vergrößert, und den andern eben so viel mal verkleinert. Z. B.:

90 mit 8 ist leichter zu multiplizirен, als 45 mit 16,
30 mit 6 ist leichter zu multipliziren, als 15 mit 12,
9 mit 100 ist leichter zu multipliziren, als 36 mit 25.

* §. 79. Wenn man den Dividenden mit einer Zahl multiplizirt, ohne den Divisor zu ändern, so wird der Quotient offenbar eben so viel mal größer.

Z. B.: 60 mit 5 dividirt gibt 4 mal so viel, als 15 mit 5 dividirt, weil 60 4mal so groß ist, als 15.

* §. 80. Wenn man umgekehrt den Dividenden mit einer Zahl dividirt, so wird der Quotient eben so viel mal kleiner.

Z. B.: 6 mit 2 dividirt gibt 10 mal weniger als 60 mit 2 dividirt, weil 6 10 mal kleiner ist als 60.

* §. 81. Wenn man den Divisor mit einer Zahl multiplizirt, so wird der Quotient eben so viel mal kleiner. Eine 3 mal größere Zahl z. B. ist in dem Dividenden 3 mal weniger oft enthalten. 2 ist in 60 30 mal enthalten, 6 hingegen nur 10 mal, weil 6 dreimal so groß ist als 2.

* §. 82. Wenn man umgekehrt den Divisor mit einer Zahl dividirt, so wird der

Quotient eben soviel mal größer, denn eine kleinere Zahl ist öfter in dem Dividenden enthalten.

* §. 83. Wenn man den Dividenden und den Divisor mit derselben Zahl multiplizirt, so wird der Quotient dadurch nicht geändert; z. B.: 20 ist in 60 so oft enthalten wie 2 in 6.

* §. 84. Wenn man den Dividenden und den Divisor mit derselben Zahl dividirt, so wird der Quotient ebenfalls nicht geändert. Z. B.: 2 ist in 6 eben so oft enthalten, wie 20 in 60.

* §. 85. Die beiden letzten Sätze können oft zur Erleichterung von Divisionen oder als Vortheile beim Dividiren angewendet werden. Z. B.:

Anstatt 90 mit 15 zu dividiren, dividire man 180 mit 30;

anstatt 1125 mit 25 zu dividiren, dividire man 4mal 1125, mit 4mal 25, das ist: 4500 mit 100;

anstatt 180 mit 30 zu dividiren, dividire man 18 mit 3;

anstatt 9000 mit 200 zu dividiren, dividire man 90 mit 2.

III. Abtheilung.

Von den gemeinen Brüchen.

Entstehung und Bezeichnung der Brüche.

§. 86. Wenn bei der Division ein Rest übrig bleibt, den man nicht mehr in Einheiten einer kleinern Gattung verwandeln kann oder will, und der doch getheilt werden soll, so entsteht ein Bruch.

Wenn z. B. 3 Kinder 14 Aepfel zu theilen haben, so erhält jedes 4 ganze Aepfel und 2 Aepfel bleiben noch zu vertheilen übrig. Um diese auch noch richtig zu vertheilen, schneidet man einen jeden derselben in 3 gleiche Theile, vertheilt die 3 Stücke des einen Apfels unter die 3 Kinder und eben so auch die 3 Stücke des andern. Auf diese Weise erhält jedes Kind 4 ganze Aepfel und 2 Stücke.

Ein jedes solches Stück nennt man ein Drittheil oder Drittel, weil es der 3te Theil eines ganzen Apfels ist. Jedes Kind erhält also 4 ganze Aepfel und 2 Drittel. Diese 2 Drittel nennt man einen Bruch den man so: $\frac{2}{3}$ schreibt oder so: $^2/_3$

Die unter dem Strich stehende Zahl heißt Nen-

ner, weil sie die Theile benennt, (Drittel) und durch diesen Namen ihre Größe angibt.

Die über dem Striche stehende Zahl heißt **Zähler**, weil sie die Theile zählt, das ist, weil sie die Anzahl der durch den Nenner benannten Theile angibt.

Der Nenner in dem obigen Bruche sagt, daß das Ganze in 3 Theile getheilt worden ist und die man deßwegen Drittel nennt.

Der Zähler sagt, daß jedes Kind 2 solcher Theile bekommen hat.

Wenn 5 Aepfel unter 7 Kinder zu vertheilen wären, so bekäme ein Kind keinen ganzen Apfel, weil nicht so viele Aepfel da sind, als Kinder.

Man würde in diesem Fall jeden Apfel in 7 gleiche Theile zerschneiden, und die 7 Stücke eines jeden Apfels immer unter die 7 Kinder vertheilen. Ein Kind erhielte auf diese Weise von jedem Apfel ein Stück, von 5 Aepfeln also 5 Stücke.

Da hier jedes Stück der 7te Theil eines ganzen Apfels ist, so wird es ein Siebentel genannt.

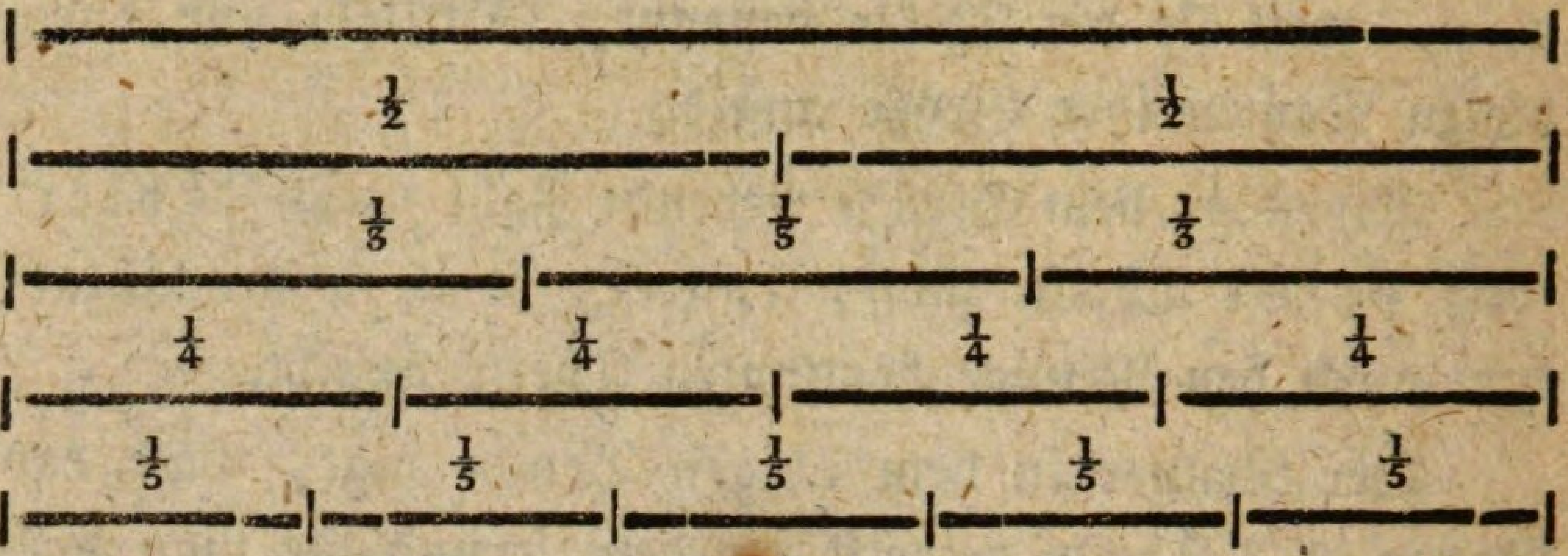
Jedes Kind erhält also 5 Siebentel eines Apfels, welches so geschrieben wird: $\frac{5}{7}$ von einem Apfel, oder $\frac{5}{7}$ Aepfel.

Wie vertheilt man hiernach 3 Aepfel unter 4 Kinder, 4 Aepfel unter 5 Kinder, 7 Aepfel unter 12 Kinder?

Vorübungen.

§. 87. Wenn man ein Ganzes eintheilt

in 2 gleiche Theile, so heißt jeder Theil	$\frac{1}{2}$ oder ein **Halbes**,
in 3 „ „	$\frac{1}{3}$ oder ein **Drittel**,
in 4 „ „	$\frac{1}{4}$ oder ein **Viertel**,
in 5 „ „	$\frac{1}{5}$ oder ein **Fünftel**,
ꝛc.	ꝛc.



Wie viele Kreuzer gehen auf einen halben Gulden?
Drittelgulden?
Viertelgulden?
5tel Gulden?
6tel „ ?
10tel „ ?
12tel „ ?
15tel „ ?
20tel „ ?
30tel „ ?

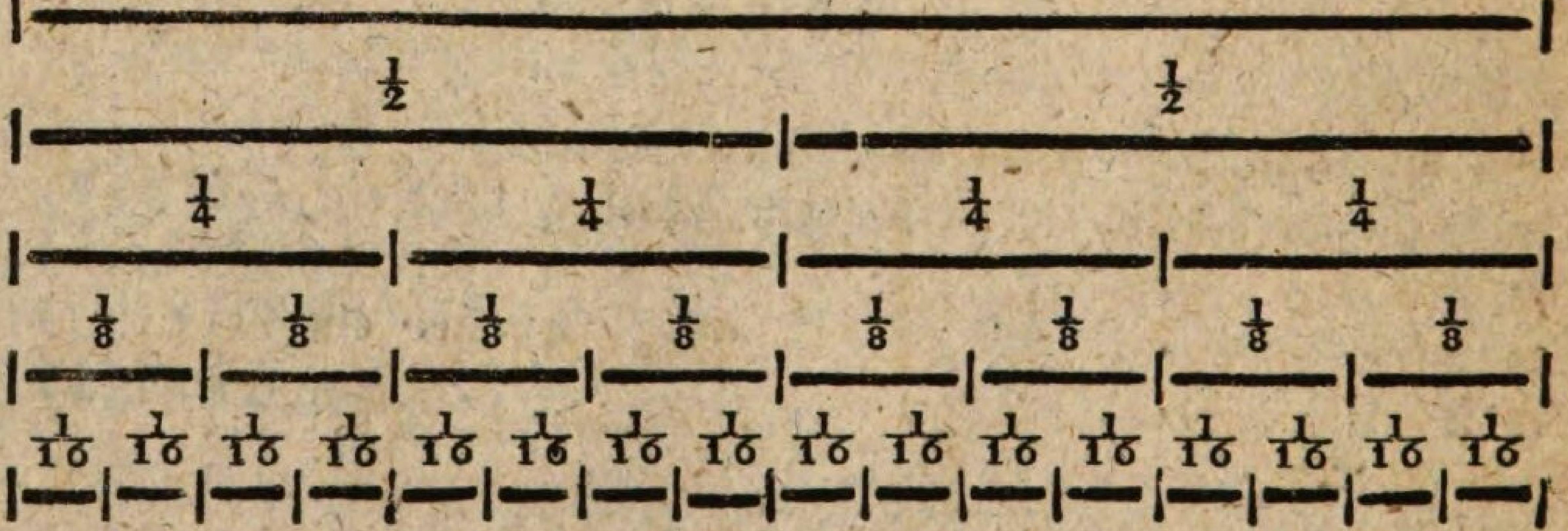
§. 88. Ein Ganzes ist soviel als $\frac{2}{2}$ oder 2 Hälften,
„ „ „ $\frac{3}{3}$ oder 3 Drittel,
„ „ „ $\frac{4}{4}$ oder 4 Viertel,
„ „ „ $\frac{5}{5}$ oder 5 Fünftel,

§. 89. Wenn man das Ganze in 2 Theile theilt und jede Hälfte wieder in 2 gleiche Theile, so gibt es 4 Theile im Ganzen, also Viertel; eine Hälfte oder ein Halbes ist daher soviel als 2 Viertel.

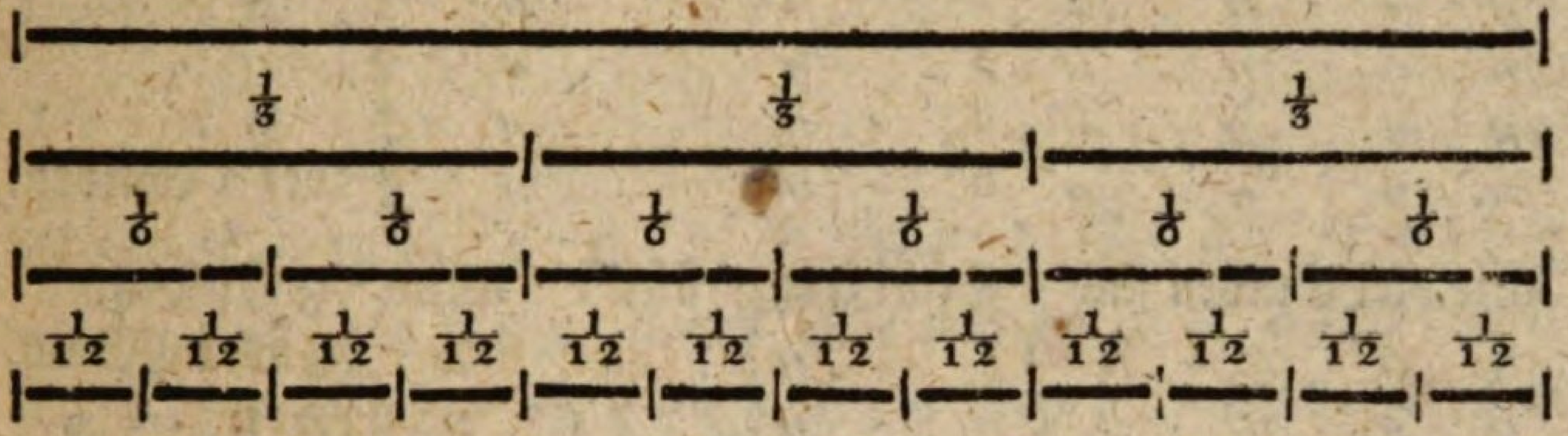
Wenn man jedes Viertel wieder in 2 Theile theilt, so gibt es Achtel. 1 Viertel ist daher soviel, wie 2 Achtel; 1 Halbes soviel, als 4 Achtel.

Wenn man jedes Achtel wieder in 2 gleiche Theile theilt, so gibt es Sechzehntel; ein Achtel enthält 2 Sechzehntel, ein Viertel 2 Achtel oder 4 Sechzehntel, ein Halbes enthält 2 Viertel oder 8 Sechzehntel.

Z. B.:



Wenn man das Ganze in 3 gleiche Theile theilt, und jedes Drittel halbirt, so erhält man Sechstel, wenn man die Sechstel halbirt, so erhält man Zwölftel. Z. B.:



Eben so zeige der Lehrer, daß man 9tel erhält, wenn man die 3tel in 3 gleiche Theile theilt, daß man 12tel erhält, wenn man die 4tel in 3 gleiche Theile theilt, u. s. w.

Alsdann lasse man folgende Aufgaben von den Schülern an der Tafel und auf ihren Rechenheften ausführen:

Wie theilt man eine Linie in 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 30 gleiche Theile?

Eine Linie kann auf mehrere Arten in 6, 10, 12, 15 2c. gleiche Theile getheilt werden.

Durch solche Theilungen wird auch das Augenmaaß der Schüler geübt.

§. 90. Nun nehme der Lehrer folgende Uebungen vor:

Wie viel sind $\frac{2}{4}$, das ist 2 Viertel? Antw. $\frac{1}{2}$.

Denn 2 Viertel sind die Hälfte von 4 Vierteln oder vom Ganzen.

Wie viel sind $\frac{2}{6}$, das ist 2 Sechstel? Antw. $\frac{1}{3}$.

Denn 2 Sechstel sind der 3te Theil von 6 Sechsteln oder vom Ganzen.

Wie viel sind $\frac{2}{4}$?	Antw.	$\frac{1}{2}$.
" " " $\frac{2}{6}$?	"	$\frac{1}{3}$.
" " " $\frac{2}{8}$?	"	$\frac{1}{4}$.
" " " $\frac{2}{10}$?	"	$\frac{1}{5}$.
" " " $\frac{2}{12}$?	"	$\frac{1}{6}$.
u. s. w. bis		
$\frac{2}{60}$		$\frac{1}{30}$.

Wie viel sind $\frac{3}{6}$?	Antw.	$\frac{1}{2}$.
" " " $\frac{3}{9}$?	"	$\frac{1}{3}$.
" " " $\frac{3}{12}$?	"	$\frac{1}{4}$.
" " " $\frac{3}{15}$?	"	$\frac{1}{5}$.
" " " $\frac{3}{18}$?	"	$\frac{1}{6}$.
u. s. w. bis		
$\frac{3}{60}$		$\frac{1}{20}$.

Wie viel sind $\frac{4}{8}$?	Antw.	$\frac{1}{2}$.
" " " $\frac{4}{12}$?	"	$\frac{1}{3}$.
" " " $\frac{4}{16}$?	"	$\frac{1}{4}$.
" " " $\frac{4}{20}$?	"	$\frac{1}{5}$.
u. s. w.		

Wie viel sind $\frac{5}{10}$?	Antw.	$\frac{1}{2}$.
" " " $\frac{5}{15}$?	"	$\frac{1}{3}$.
" " " $\frac{5}{20}$?	"	$\frac{1}{4}$.
u. s. w.		

Wie viel sind $\frac{6}{12}$?	Antw.	$\frac{1}{2}$.
" " " $\frac{6}{18}$?	"	$\frac{1}{3}$.
" " " $\frac{6}{24}$?	"	$\frac{1}{4}$
u. s. w.		

§. 91. Alsdann gehe der Lehrer folgende Fragen durch: Welche Theile eines Guldens oder

wie	viel	Gulden	sind	1	Dreibätzner?	Antw.	$\frac{1}{5}$ Gulden,
"	"	"	"	2	"	"	$\frac{2}{5}$ "
"	"	"	"	3	"	"	$\frac{3}{5}$ "
"	"	"	"	4	"	"	$\frac{4}{5}$ "
"	"	"	"	5	"	"	$\frac{5}{5}$ oder 1 Gulden.

Wie	viel	Gulden	sind	1	Sechskreuzerstück?	Antw.	$\frac{1}{10}$ Gulden,	
"	"	"	"	2	"	"	$\frac{2}{10}$ oder $\frac{1}{5}$ Guld.	
"	"	"	"	3	"	"	$\frac{3}{10}$	"
"	"	"	"	4	"	"	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{5}$ "
"	"	"	"	5	"	"	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{2}$ "
"	"	"	"	6	"	"	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{5}$ "
				ꝛc.			ꝛc.	

Wie viele Guldentheile sind 1, 2, 3, ꝛc. 15 Batzen?
Wie viele Guldentheile sind 1, 2, 3, ꝛc. 20 Groschen?
Wie viele Guldentheile sind 1, 2, 3, ꝛc. 60 Kreuzer?

In der Verwandlung der Kreuzer in Guldentheile müssen die Schüler eine große Fertigkeit erhalten haben, ehe der Lehrer zum Folgenden übergeht.

Er frage nicht immer in der Ordnung, sondern z. B. so: wie viele Gulden sind 24 kr.? Antw. $\frac{2}{5}$ fl. Warum? A. 12 kr. sind $\frac{1}{5}$ fl. 24 kr. also $\frac{2}{5}$ fl.

Wie viele Gulden sind 45 kr.? Antw. $\frac{3}{4}$ fl. Warum? A. 15 kr. sind $\frac{1}{4}$ fl. 45 kr. also $\frac{3}{4}$ fl.

Wie viele Gulden sind 25 kr.? Antw. $\frac{5}{12}$ fl. Warum? A. 5 kr. sind $\frac{1}{12}$ fl. 25 kr. also $\frac{5}{12}$ fl. und so fort.

Verwandlung der Brüche.

§. 92. **Wenn der Zähler eines Bruchs größer wird, so wird der Werth des Bruchs größer**, denn z. B.:

$\frac{3}{4}$ sind mehr als $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{8}$ sind mehr als $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{8}$ mehr als $\frac{2}{8}$ u. s. w.

§. 93. **Wenn der Nenner eines Bru-**

ches größer wird, so wird der Werth des Bruchs kleiner. Z. B.:

$\frac{3}{5}$ ist weniger als $\frac{3}{4}$, weil die Fünftel kleiner sind als die Viertel.

§. 94. Wenn man den Zähler eines Bruchs mit einer ganzen Zahl multiplizirt, ohne den Nenner zu ändern, so wird der Werth des Bruchs eben soviel mal größer als die Zahl anzeigt, mit welcher man multiplizirt. Z. B.: Wenn man den Zähler von $\frac{2}{7}$ mit 3 multiplizirt, so gibt es $\frac{6}{7}$, und diese 6 Siebentel sind 3mal soviel als 2 Siebentel.

§. 95. Hieraus folgt umgekehrt, wenn man den Zähler eines Bruchs mit einer ganzen Zahl dividirt, ohne den Nenner zu ändern, so wird der Werth des Bruchs eben soviel mal kleiner, als die Zahl anzeigt, mit welcher man dividirt.

Z. B.: wenn man den Zähler von $\frac{6}{7}$ mit 3 dividirt, so gibt es $\frac{2}{7}$ und diese 2 Siebentel sind 3mal weniger als 6 Siebentel.

§. 96. Wenn man den Nenner eines Bruchs mit einer ganzen Zahl multiplizirt, ohne den Zähler zu ändern, so wird der Werth des Bruchs eben so viel mal kleiner, als die Zahl anzeigt, mit welcher man multiplizirt. Z. B: wenn man den Nenner von $\frac{3}{4}$ mit 2 multiplizirt, so gibt es $\frac{3}{8}$, und diese 3 Achtel sind nur halb so viel werth

als 3 Viertel, weil die Achtel nur halb so groß sind, als die Viertel.

§. 97. Wenn man umgekehrt den Nenner eines Bruchs mit einer ganzen Zahl dividirt, so wird der Werth des Bruchs eben soviel mal größer, als die Zahl anzeigt, mit welcher man dividirt.

Z. B.: wenn man den Nenner von $\frac{3}{8}$ mit 2 dividirt, so gibt es $\frac{3}{4}$ und diese 3 Viertel sind 2mal soviel werth als 3 Achtel, weil die Viertel doppelt so groß sind, als die Achtel.

§. 98. Wenn man den Zähler und den Nenner eines Bruchs mit derselben Zahl multiplizirt, so wird der Werth des Bruchs nicht geändert. Denn durch die Multiplikation des Zählers wird der Werth des Bruchs vergrößert, durch die Multiplikation des Nenners aber wieder eben sovielmal verkleinert. Z. B.: $\frac{6}{21}$ sind nicht mehr und nicht weniger werth als $\frac{2}{7}$.

§. 99. Wenn man den Zähler und den Nenner eines Bruchs mit derselben Zahl dividirt, so wird der Werth des Bruchs auch nicht geändert; denn durch die Division des Zählers wird der Werth des Bruchs verkleinert, durch die Division des Nenners aber wieder eben soviel mal vergrößert. Z. B.: $\frac{2}{7}$ sind so viel als $\frac{6}{21}$.

Wie verhalten sich $\frac{4}{6}$ zu folgenden Brüchen?

$\frac{8}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{2}{3}$.

§. 100. Ein Bruch, dessen Zähler dem Nenner gleich ist, ist soviel wie ein Ganzes. Z. B.: $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, ꝛc. Ein solcher Bruch heißt ein Scheinbruch.

2 Ganze sind $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{8}{4}$ ꝛc. 3 Ganze sind $\frac{6}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{12}{4}$, $\frac{15}{5}$ ꝛc. 5 Ganze sind $\frac{10}{2}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{20}{4}$, $\frac{25}{5}$ ꝛc.

§. 101. Ein Bruch, der kleiner ist als ein Ganzes, heißt ein *eigentlicher Bruch*. Z. B.: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$. In einem eigentlichen Bruche ist der Zähler kleiner, als der Nenner.

§. 102. Ein Bruch, der größer ist, als ein Ganzes, heißt ein *uneigentlicher Bruch*. Z. B.: $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{5}$ $\frac{11}{4}$. In einem uneigentlichen Bruche ist der Zähler größer als der Nenner.

Die Scheinbrüche rechnet man auch zu den uneigentlichen Brüchen.

§. 103. *Um aus einem uneigentlichen Bruche die Ganzen auszuziehen*, dividirt man den Zähler mit dem Nenner.

Z. B.: $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$. So oft 4 in 11 enthalten ist, so oft sind $\frac{4}{4}$ da. $\frac{11}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$.

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$	$\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10}$	$\frac{87}{30} = 2\frac{27}{30}$
$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$	$\frac{123}{5} = 24\frac{3}{5}$	$\frac{235}{50} = 4\frac{35}{50}$
$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$	$\frac{1205}{12} = 100\frac{5}{12}$	$\frac{6608}{400} = 16\frac{208}{400}$
$\frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$	$\frac{1345}{100} = 13\frac{45}{100}$	$\frac{3450}{600} = 5\frac{450}{600}$
$\frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$	$\frac{7823}{1000} = 7\frac{823}{1000}$	$\frac{4050}{250} = 16\frac{50}{250}$

§. 104. Eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche nennt man eine *gemischte Zahl*. Z. B.: $2\frac{3}{4}$.

§. 105. *Um eine gemischte Zahl in einen uneigentlichen Bruch zu verwandeln*, multiplizirt man die ganze Zahl mit dem Nenner des angehängten Bruchs, zählt zum Produkt den Zähler des Bruchs hinzu und setzt den Nenner desselben

als Nenner darunter. Z. B: $2\frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 3}{4}\ \frac{8 \times 3}{4}$ $= \frac{11}{4}$ das heißt:

2 mal $\frac{4}{4}$ sind $\frac{8}{4}$ und $\frac{3}{4}$ dazu sind $\frac{11}{4}$.

Man sehe die Beispiele zu §. 103.

* §. 106. Die Verwandlung eines Bruchs in einen andern geschieht durch Multiplikation oder Division des Zählers und Nenners mit derselben Zahl (§. 98 und 99.) Die Multiplikation kann immer, die Division aber nur dann angewendet werden, wenn Zähler und Nenner sich durch dieselbe Zahl ohne Rest theilen lassen. Z. B.: $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\frac{8}{15}$ hingegen kann durch Division nicht verwandelt werden, weil 8 und 15 keinen gemeinschaftlichen Theiler haben.

§. 107. Einen Bruch reduziren heißt, einen Bruch in einen andern verwandeln, welcher denselben Werth hat, aber durch kleinere Zahlen ausgedrückt ist. Z. B.: $\frac{8}{12}$ reduzirt gibt $\frac{4}{6}$ oder $\frac{2}{3}$.

Der Lehrer kann hier zur Uebung die Guldenbrüche reduziren lassen.

§. 108. Ein Bruch wird reduzirt, wenn man den Zähler und den Nenner mit einer Zahl dividirt, welche in beiden ohne Rest aufgeht. Z. B.: $\frac{8}{12}$ mit 2 reduzirt gibt $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{12}$ mit 4 reduzirt gibt $\frac{2}{3}$.

§. 109. Einen Bruch auf seine kleinste Benennug bringen, heißt, einen Bruch durch die kleinsten Zahlen ausdrücken.

§. 110. Um einen Bruch auf seine kleinste Benennung zu bringen, dividirt man den Zähler und Nenner mit ihrem größten gemeinschaftlichen Theiler, oder man wiederholt die Reduktion mit kleinern Theilern so lange, bis keine Reduk-

tion mehr möglich ist, das ist, bis sie keinen gemeinschaftlichen Theiler mehr haben. Z. B.:

$\frac{24}{36}$ mit 12 reduzirt gibt $\frac{2}{3}$

$\frac{24}{36}$ mit 2 reduzirt gibt $\frac{12}{18}$, noch einmal mit 2 gibt $\frac{6}{9}$ und diese $\frac{6}{9}$ mit 3 reduzirt gibt $\frac{2}{3}$.

Diese Reduktion schreibt man so:

$$\begin{array}{c|c|c|c} & 2\ . & 2 & 3 \\ 24 & 12 & 6 & 2 \\ \hline 36 & 18 & 9 & 3 \end{array}$$

Beispiele zur Uebung.

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ $\frac{42}{60} = \frac{7}{10}$ $\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ $\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

$\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ $\frac{90}{120} = \frac{3}{4}$ $\frac{15}{51} = \frac{5}{17}$ $\frac{27}{72} = \frac{3}{8}$ $\frac{162}{324} = \frac{1}{2}$ $\frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$

$\frac{26}{39} = \frac{2}{3}$ $\frac{51}{68} = \frac{3}{4}$ $\frac{115}{184} = \frac{5}{8}$ $\frac{110}{770} = \frac{1}{7}$ $\frac{221}{299} = \frac{17}{23}$ $\frac{493}{629} = \frac{29}{37}$ $\frac{1081}{1403} = \frac{47}{61}$

§. 111. **Um einen Bruch unter eine gegebene Benennung zu bringen**, das heißt in einen andern zu verwandeln, wozu der Nenner gegeben ist, dividire man den neuen Nenner mit dem Nenner des gegebenen Bruchs, und multiplizire mit dem Quotienten den Zähler. Z. B. um $\frac{3}{4}$ in 24tel zu verwandeln, dividire man 24 mit 4 und multiplizire mit dem Quotienten (6) den Zähler. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$.

Die Rechnung steht so:

$$\frac{3}{4} \quad \underset{6}{\overset{24}{\smile}} \quad \frac{18}{24}$$

Man sagt: 4 in 24 geht 6mal, 3mal 6 sind 18, 4mal 6 sind 24, d. i. $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$.

Die Multiplikation des Nenners mit dem Quotienten kann man unterlassen, weil durch dieselbe immer der neue Nenner hervorgebracht wird, den man schon hat.

§. 112. **Um mehrere Brüche unter einerlei Benennung zu bringen oder gleichnamig zu machen**, bringe man einen jeden derselben zuerst auf seine kleinste Benennung und suche alsdann eine Zahl, welche sich durch die Nenner aller gegebenen Brüche ohne Rest theilen läßt, oder worin alle Nenner aufgehen §. 75. Diese Zahl sehe man als neuen Nenner an und bringe nach der vorhergehen- Regel einen jeden der gegebenen Brüche unter diese neue Benennung.

Es seyen folgende Brüche unter einerlei Benennung zu bringen: $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{23}{48}$.

Berechnung des neuen Nenners.

5	~~5~~	~~6~~	~~12~~	15	20	48
				~~3~~	~~4~~	

48 × 5 = 240 = allgemeiner Nenner.

	240	
$\frac{2}{5}$	48	$\frac{96}{240}$
$\frac{1}{6}$	40	$\frac{40}{240}$
$\frac{7}{12}$	20	$\frac{140}{240}$
$\frac{11}{15}$	16	$\frac{176}{240}$
$\frac{9}{20}$	12	$\frac{108}{240}$
$\frac{23}{48}$	5	$\frac{115}{240}$

Man sagt: 5 in 240 geht 48mal, 2mal 48 gibt 96 (240tel.)
6 in 240 geht 40mal, 1mal 40 sind 40 (240tel.)
12 in 240 geht 20mal, 7mal 20 gibt 140 (240tel.)
u. s. w.

Beispiele zur Uebung findet man unter §. 115 und §. 116.

§. 113. **Wenn nur zwei Brüche unter einerlei Benennung zu bringen sind**, was am häufigsten der Fall ist, und die Nenner derselben keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, so multiplizirt man den Zähler und Nenner des ersten Bruchs mit dem Nenner des zweiten und den Zähler und Nenner des zweiten Bruchs mit dem Nenner des ersten. Z. B. $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{5}$ sind $\frac{15}{20}$ und $\frac{4}{20}$.

Man sagt: 3mal 5 sind 15, 4mal 5 sind 20, dies gibt $\frac{15}{20}$.
4mal 4 sind 16, 4mal 5 sind 20, dies gibt $\frac{16}{20}$.
$\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3} = \frac{3}{6}$ und $\frac{4}{6}$; $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4} = \frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$

Addition der Brüche.

§. 114. **Um zwei oder mehrere gleichnamige Brüche zu addiren,** addirt man ihre Zähler und setzt unter die Summe den gemeinschaftlichen Nenner. Z. B.: $\frac{3}{12}$ und $\frac{5}{12}$ sind $\frac{8}{12}$. $\frac{5}{8}$ und $\frac{7}{8}$ sind $\frac{12}{8}$.

Ist die Summe ein uneigentlicher Bruch, so kann man die Ganzen ausziehen. $\frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$
$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} + \frac{1}{8} = \frac{18}{8} = 2\frac{1}{4}$$
$$\frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{20}{24} + \frac{16}{24} + \frac{13}{24} = \frac{67}{24} = 2\frac{19}{24}$$
$$\frac{12}{100} + \frac{24}{100} + \frac{35}{100} + \frac{52}{100} = \frac{123}{100} = 1\frac{23}{100}$$

§. 115. **Um ungleichnamige Brüche zu addiren,** bringt man sie zuerst unter gleiche Benennung und addirt sie nachher. Z. B.: $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

um die folgenden Brüche zu addiren:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + \frac{11}{15} + \frac{9}{20} + \frac{23}{48}$$

sucht man zuerst den allgemeinen Nenner 240 und bringt sie unter diese Benennung; (§. 112) alsdann addirt man die Zähler wie folgt:

	240	Zähler
$\frac{2}{5}$	48	96
$\frac{1}{6}$	40	40
$\frac{7}{12}$	20	140
$\frac{11}{15}$	16	176
$\frac{9}{20}$	12	108
$\frac{23}{48}$	5	115
		675

$675 : 240 = 2\frac{95}{240} = 2\frac{19}{48}$.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{16}{16} = \frac{33}{16} = 2\frac{1}{16}$$
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{29}{12} = 2\frac{5}{12}$$
$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{9}{10} = \frac{199}{60} = 3\frac{19}{60}$$

§. 116. Um gemischte Zahlen zu addiren, addirt man zuerst die Brüche zusammen, zieht die Ganzen aus und zählt alsdann die ausgezogenen Ganzen und die übrigen ganzen Zahlen zusammen. Z. B.: $2\frac{3}{4} + 5\frac{2}{3} = 2\frac{9}{12} + 5\frac{8}{12} = 8\frac{5}{12}$.

$$10\frac{1}{2} + 20\frac{3}{4} + 24\frac{1}{4} = 55\frac{1}{2}$$
$$36\frac{1}{2} + 48\frac{2}{3} + 50\frac{3}{4} + 70\frac{4}{5} = 206\frac{43}{60}$$
$$2\frac{5}{6} + 7\frac{8}{15} + 8\frac{11}{18} + 14\frac{23}{32} = 33\frac{1003}{1440}$$
$$23\frac{27}{40} + 37\frac{23}{45} + 40\frac{31}{48} + 62\frac{59}{60} = 164\frac{587}{720}$$
$$207\frac{61}{72} + 325\frac{37}{80} + 738\frac{85}{96} + 469\frac{93}{100} = 1742\frac{901}{7200}$$

* §. 117. Um mehrere Brüche mit sehr großen ungleichen Nennern zu addiren, kann man dieselben in Dezimalbrüche verwandeln. Siehe unten.

Subtraction der Brüche.

§. 118. Um einen Bruch von einem andern gleichnamigen abzuziehen, zieht man Zähler von Zähler ab, und setzt den Nenner unter den Rest.

$\frac{8}{12}$ weniger $\frac{5}{12}$ sind $\frac{3}{12}$.

§. 119. Wenn die beiden Brüche nicht gleiche Nenner haben, so bringt man sie unter gleiche Benennung, wie bei der Addition, und zieht nachher ab.

$\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$ = $\frac{8}{12}$ von $\frac{9}{12}$ bleibt $\frac{1}{12}$

§. 120. Bei gemischten Zahlen zieht man Bruch von Bruch und Ganze von Ganzen ab. Ist der abzuziehende Bruch größer als der darüberstehende, so lehnt man eine ganze Einheit, verwandelt dieselbe in einen Scheinbruch, zieht ab und zählt zum Rest den obern Bruch hinzu.

Z. B.: $3\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5} = 1\frac{3}{5}$.

Uebungs-Beispiele zu §. 118—120.

$\frac{3}{4}$	weniger	$\frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$		$9\frac{3}{4}$	weniger	$6\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$
$\frac{7}{8}$	"	$\frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$		10	"	$7\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$
$\frac{15}{16}$	"	$\frac{9}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$		30	"	$19\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$	weniger	$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{7}{10}$	weniger	$\frac{2}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	"	$\frac{3}{8} = \frac{1}{8}$	$\frac{8}{10}$	"	$\frac{1}{10} = \frac{7}{10}$
$\frac{3}{4}$	"	$\frac{1}{8} = \frac{5}{8}$	$\frac{12}{100}$	"	$\frac{4}{100} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$
$2\frac{1}{4}$	"	$1\frac{3}{8} = \frac{7}{8}$	$\frac{37}{100}$	"	$\frac{12}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$	weniger	$\frac{1}{6}$	$= \frac{7}{12}$
$\frac{5}{6}$	"	$\frac{3}{4}$	$= \frac{1}{12}$
$\frac{11}{18}$	"	$\frac{5}{12}$	$= \frac{7}{36}$
$20\frac{3}{4}$	"	$10\frac{2}{3}$	$= 10\frac{1}{12}$
$40\frac{1}{5}$	"	$25\frac{3}{4}$	$= 14\frac{9}{20}$

$3\frac{45}{100}$	weniger	$1\frac{17}{100}$	$= 2\frac{28}{100} = 2\frac{7}{25}$
$10\frac{14}{100}$	"	$3\frac{64}{100}$	$= 6\frac{50}{100} = 6\frac{1}{2}$
$100\frac{23}{100}$	"	$80\frac{43}{100}$	$= 19\frac{80}{100} = 19\frac{4}{5}$
$7\frac{182}{1000}$	"	$2\frac{85}{1000}$	$= 5\frac{97}{1000}$
$15\frac{7}{10}$	"	$8\frac{36}{100}$	$= 7\frac{34}{100} = 7\frac{17}{50}$

Multiplikation der Brüche.

* §. 121. **Um einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multiplizieren,** multiplizirt man den Zähler oder dividirt den Nenner, wenn man kann, d. i. wenn die Division aufgeht. Z. B.: $\frac{2}{7}$ 3mal genommen gibt $\frac{6}{7}$; $\frac{5}{12}$ mit 3 multiplizirt gibt $\frac{15}{12}$ oder $\frac{5}{4}$.

Auf die erste Weise erhält man mehr Theile, auf die zweite Weise erhält man größere Theile.

Beispiele.

3mal $\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	2mal $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
4mal $\frac{1}{5} = \frac{4}{5}$	3mal $\frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
5mal $\frac{3}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$	3mal $\frac{5}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

10	Portionen	zu $\frac{1}{2}$ ℔	$= 5$ ℔	4	Stücke	zu $2\frac{1}{2}$ Ell.	$= 10$ Ell.
8	"	" $\frac{3}{4}$ ℔	$= 6$ ℔	6	"	" $5\frac{3}{4}$ "	$= 34\frac{1}{2}$ "
6	"	" $\frac{3}{8}$ ℔	$= 2\frac{1}{4}$ ℔	10	"	" $7\frac{1}{8}$ "	$= 71\frac{1}{4}$ "

* §. 122. **Eine Zahl mit einem Bruche multiplizieren** heißt, so viele Theile von der gege-

benen Zahl nehmen, als der Bruch anzeigt. Z. B.: 8 mit $\frac{3}{4}$ multipliziren heißt, $\frac{3}{4}$ d. i. 3 Viertel oder 3mal 1 Viertel oder 3mal den 4ten Theil von 8 nehmen. Der 4te Theil von 8 ist 2, 3mal genommen 6. Hier wurde 8 mit dem Nenner 4 dividirt und was herauskam, mit dem Zähler 3 multiplizirt.

Hieraus ergibt sich folgende Regel:

* §. 123. **Um eine Zahl mit einem Bruche zu multipliziren**, dividire man die gegebene Zahl mit dem Nenner des Bruchs und multiplizire, was herauskommt, mit dem Zähler, oder, was auf dasselbe hinausführt, man multiplizire die Zahl zuerst mit dem Zähler und dividire das Produkt mit dem Nenner $8 \times \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6$.

* §. 124. Wenn die Division nicht aufgeht, so schreibe man den Divisor als Nenner unter das Produkt und reduzire, z. B.: $2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Andere Erklärung. 8 mit 3 multiplizirt gibt 24, $\frac{3}{4}$ ist aber 4mal kleiner als 3 Ganze, folglich gibt 8 mit $\frac{3}{4}$ multiplizirt auch 4mal weniger also nur $\frac{24}{4} = 6$.

Beispiele.

Die Hälfte	von	4	ist	2	2 Drittel	von	6	sind	4
1 Drittel	von	6	ist	2	3 Viertel	von	12	sind	9
1 Viertel	von	12	ist	3	2 Fünftel	von	20	sind	8
1 Fünftel	von	20	ist	4	7 Zwölftel	von	24	sind	14
1 Zehntel	von	80	ist	8	3 Zehntel	von	40	sind	12

$1 \times \frac{1}{2}$	ist $\frac{1}{2}$	$3 \times \frac{7}{12}$	ist $\frac{21}{12}$
$2 \times \frac{1}{3}$	ist $\frac{2}{3}$	$4 \times \frac{3}{10}$	ist $\frac{12}{10}$
$5 \times \frac{3}{4}$	ist $\frac{15}{4}$	$20 \times \frac{7}{100}$	ist $\frac{140}{100}$
$2 \times \frac{4}{5}$	ist $\frac{8}{5}$	$100 \times \frac{3}{1000}$	ist $\frac{300}{1000}$

* §. 125. **Um einen Bruch mit einem Bruche zu multipliziren**, multiplizirt man

Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Z. B.: $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$.

Denn um mit $\frac{3}{4}$ zu multipliziren, muß man, wie die vorige Regel sagt, mit dem Zähler multipliziren und mit dem Nenner dividiren; oder: der 4te Theil von $\frac{5}{7}$ sind $\frac{5}{28}$, 3 Viertel sind also $\frac{15}{28}$.

* §. 126. Wenn man mit einem Bruche multiplizirt, so erhält man weniger als man hatte, weil zum B. $\frac{3}{4}$ von einer Zahl nicht so viel sind als die ganze Zahl. Eben so ist es mit dem Preise der Waaren. Wenn 1 Pfund Kirschen 4 kr. kostet, so kosten 5 ℔ 20 kr. Diese 20 kr. werden gefunden, indem man 4 kr. mit 5 multiplizirt. Den Preis von $\frac{3}{4}$ ℔ muß man daher auch erhalten, indem man 4 kr. mit $\frac{3}{4}$ multiplizirt. Unsere Regel gibt $\frac{12}{4}$ oder 3 kr., wie es auch wirklich ist. Denn wenn 1 ℔ 4 kr. kostet, so kosten $\frac{3}{4}$ ℔ nur $\frac{3}{4}$ von 4 kr., das ist 3 kr.

Beispiele.

Die Hälfte von $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{4}$	Die Hälfte von $\frac{1}{10}$ ist $\frac{1}{20}$
Die Hälfte von $\frac{1}{3}$ " $\frac{1}{6}$	Die Hälfte von $\frac{3}{10}$ ist $\frac{3}{20}$
1 Drittel von $\frac{1}{4}$ " $\frac{1}{12}$	1 Fünftel von $\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{10}$
Die Hälfte von $\frac{2}{5}$ " $\frac{1}{5}$	1 Zehntel von $\frac{1}{10}$ ist $\frac{1}{100}$
Die Hälfte von $\frac{3}{4}$ " $\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{100}$ ist $\frac{1}{1000}$
1 Drittel von $\frac{3}{4}$ " $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$ von $\frac{3}{4}$ ist $\frac{3}{40}$
$\frac{6}{8} \times \frac{1}{3}$ gibt $\frac{1}{4}$	$\frac{4}{5} \times \frac{1}{10}$ gibt $\frac{4}{50}$
$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$ gibt $\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10} \times \frac{1}{10}$ gibt $\frac{3}{100}$
$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ gibt $\frac{1}{2}$	$\frac{7}{10} \times \frac{1}{10}$ gibt $\frac{7}{100}$
$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$ gibt $\frac{3}{5}$	$\frac{4}{10} \times \frac{3}{10}$ gibt $\frac{12}{100}$
$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ gibt $\frac{5}{8}$	$\frac{5}{10} \times \frac{4}{10}$ gibt $\frac{20}{100}$
$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$ gibt $\frac{9}{16}$	$\frac{5}{100} \times \frac{3}{10}$ gibt $\frac{15}{1000}$

* §. 127. Um gemischte Zahlen zu multipliziren, verwandle man dieselben in uneigentliche Brüche. Z. B.: $3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$.

Division der Brüche.

* §. 128. Um einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu dividiren, dividire man den Zähler, wenn die Division aufgeht, oder man multiplizire den Nenner §. 95. 96.

$\frac{6}{7} : 3 = \frac{2}{7}$ $\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$

Auf die erste Art erhält man weniger Theile, auf die andere Art erhält man kleinere Theile.

Beispiele.

Wenn	2	Kilogr.	$\frac{4}{5}$	fl.	kosten,	so kostet	1	Kilogr.	$\frac{2}{5}$	fl.
"	2	"	$\frac{2}{3}$	"	"	"		"	$\frac{1}{3}$	"
"	3	"	$\frac{3}{4}$	"	"	"		"	$\frac{1}{4}$	"
"	2	"	$\frac{1}{3}$	"	"	"		"	$\frac{1}{6}$	"
"	3	"	$\frac{1}{2}$	"	"	"		"	$\frac{1}{6}$	"
"	4	"	$\frac{3}{5}$	"	"	"		"	$\frac{3}{20}$	"
"	10	"	$\frac{1}{2}$	"	"	"		"	$\frac{1}{20}$	"
"	10	"	$\frac{1}{10}$	"	"	"		"	$\frac{1}{100}$	"

Für	2	fl.	bekommt man	$\frac{2}{4}$	Hektol.	wie viel	für 1 fl.?	A.	$\frac{1}{4}$	Hektol.
"	3	"		$\frac{6}{8}$	"		"	A.	$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$	"
"	4	"		$\frac{1}{2}$	"		"	A.	$\frac{1}{8}$	"
"	5	"		$\frac{5}{8}$	"		"	A.	$\frac{1}{8}$	"
"	4	"		$\frac{3}{4}$	"		"	A.	$\frac{3}{16}$	"
"	10	"		$\frac{4}{5}$	"		"	A.	$\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$	"
"	100	"		$\frac{1}{3}$	"		"	A.	$\frac{1}{300}$	"

Diese Beispiele können kürzer auf folgende Weise ausgedrückt werden: die Hälfte von $\frac{4}{5}$ sind $\frac{2}{5}$ u. s. w.

* §. 129. Um Brüche von gleichem Nenner zu dividiren, dividirt man die Zähler und läßt die Nenner ganz weg. Z. B.: $\frac{8}{12} : \frac{4}{12} = 2$.

4 Zwölftel sind in 8 Zwölfteln offenbar 2mal enthalten.

Beispiele.

$\frac{1}{4}$	Hektol.	ist	in	$\frac{2}{4}$	Hektol.	2mal	enthalten
$\frac{1}{4}$	"	"	"	$\frac{3}{4}$	"	3 "	"
$\frac{2}{8}$	"	"	"	$\frac{6}{8}$	"	3 "	"
$\frac{1}{8}$	"	"	"	$\frac{5}{8}$	"	5 "	"

* §. 130. Wenn die Division nicht aufgeht, so setzt

man den Divisor als Nenner hin und reduzirt. Z. B.: $\frac{3}{4} : \frac{2}{4} = 3 : 2 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = 2 : 3 = \frac{2}{3}$.

$\frac{2}{8}$	Hektoliter	sind	in	$\frac{5}{8}$	Hektoliter	$2\frac{1}{2}$mal	enthalten
$\frac{3}{8}$	"	"	"	$\frac{5}{8}$	"	$1\frac{2}{3}$	"	"
$\frac{2}{4}$	"	"	"	$\frac{1}{4}$	"	$\frac{1}{2}$	"	"
$\frac{5}{8}$	"	"	"	$\frac{3}{8}$	"	$\frac{3}{5}$	"	"

* §. 131. **Um eine ganze Zahl mit einem Bruche zu dividiren**, darf man daher nur die ganze Zahl in einen Scheinbruch verwandeln, welcher denselben Nenner hat, wie der Divisor und alsdann Zähler mit Zähler dividiren. Z. B.: $6 : \frac{3}{4} = \frac{24}{4} : \frac{3}{4} = 24 : 3 = 8$.

Man bemerke, daß 6 mit dem Nenner 4 multiplizirt und das Produkt nämlich 24 mit dem Zähler 3 dividirt wurde.

* §. 132. **Um eine Zahl mit einem Bruche zu dividiren**, multiplizirt man also die Zahl mit dem Nenner des Bruchs und dividirt, was heraus kommt, mit dem Zähler, oder was dasselbe ist, man stürzt den Divisor um und multiplizirt. Z. B.:

$$6 : \frac{3}{4} = \frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8, \text{ oder } 6 : \frac{3}{4} = 6 \times \frac{4}{3} = \frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8.$$

$\frac{1}{2}$	Hektoliter	ist	in	1	Hektoliter	2mal	enthalten
$\frac{1}{3}$	"	"	"	1	"	3	"	"
$\frac{1}{2}$	"	"	"	3	"	6	"	"
$\frac{1}{3}$	"	"	"	4	"	12	"	"
$\frac{2}{3}$	"	sind	in	6	"	9	"	"
$\frac{3}{4}$	"	"	"	3	"	4	"	"
$\frac{5}{8}$	"	"	"	10	"	16	"	"
$\frac{3}{10}$	"	"	"	6	"	20	"	"

§. 133. **Um einen Bruch mit einem Bruche zu dividiren** welcher nicht denselben Nenner hat, befolgt man dieselbe Regel, nämlich man stürzt den

Divisor um und multiplizirt alsdann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Z. B.: $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$.

$\frac{1}{4}$ ist in $\frac{1}{2}$ 2mal enthalten	$\frac{1}{5}$ ist in $\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$mal enthalten
$\frac{3}{16}$ sind „ $\frac{3}{4}$ 4 „ „	$\frac{1}{4}$ „ „ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{2}$ oder 1 mal
$\frac{1}{4}$ ist „ $\frac{1}{3}$ $1\frac{1}{3}$ „ „	$\frac{3}{8}$ sind „ $\frac{4}{12}$ $\frac{2}{4}$ „ $\frac{1}{2}$ „

* §. 134. Eine besondere Regel der Division eines Bruchs mit einem Bruche ist: *Man dividire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner, wenn beide Divisionen aufgehen.* Z. B.: $\frac{4}{12} : \frac{2}{3} = \frac{2}{4}$. Um mit $\frac{2}{3}$ zu dividiren, muß man nach der ersten Regel den Bruch $\frac{4}{12}$ mit dem Nenner 3 multipliziren und was heraus kommt, mit 2 dividiren; dies geschieht aber wirklich dadurch, daß man den Nenner 12 mit 3 und den Zähler 4 mit 2 dividirt.

* §. 135. Andere Erklärung der Division mit einem Bruche:

6 mit $\frac{3}{4}$ dividiren heißt untersuchen, wie oft $\frac{3}{4}$ in 6 enthalten ist;

6 mit 1 dividirt gibt 6, $\frac{1}{4}$ ist 4mal kleiner als 1, daher 4mal mehr in 6 enthalten als 1, 6 mit $\frac{1}{4}$ dividirt gibt also 6×4 zum Quotienten.

$\frac{3}{4}$ ist nun aber wieder 3mal größer als $\frac{1}{4}$, ein 3mal größerer Divisor gibt einen 3mal kleinern Quotienten, also gibt $6 : \frac{3}{4}$ zum Quotienten $\frac{6 \times 4}{3}$ wie oben; oder:

6 mit 3 dividirt gibt $\frac{6}{3}$; $\frac{3}{4}$ ist 4mal kleiner als 3 und gibt daher einen 4mal größern Quotienten, 6 mit $\frac{3}{4}$ dividirt gibt deßwegen zum Quotienten $\frac{6}{3} \times 4$ d. i. $\frac{6 \times 4}{3}$ wie oben.

* §. 136. *Um mit einer gemischten Zahl zu dividiren*, muß man dieselbe in einen uneigentlichen Bruch verwandeln. Z. B.:

$8\frac{3}{4}$ mit $2\frac{1}{2}$ dividirt ist so viel als $\frac{35}{4} : \frac{5}{2} = \frac{35}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{70}{20} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

$\frac{3}{8}$	sind in	$2\frac{1}{4}$	6mal	enthalten	$7\frac{1}{8}$	sind in	$71\frac{1}{4}$	10 mal	enthalten
$2\frac{1}{2}$	"	10	4	"	$2\frac{1}{4}$	"	$7\frac{7}{8}$	$3\frac{1}{2}$	"
$5\frac{3}{4}$	"	$34\frac{1}{2}$	6	"	$\frac{1}{4}3$	"	$7\frac{5}{16}$	$2\frac{1}{4}$	"

§. 137. Die vorhergehenden Regeln der Multiplikation und Division von Brüchen sind in folgenden vier Regeln enthalten:

1. *Ein Bruch wird multiplizirt, wenn man den Zähler multiplizirt oder den Nenner dividirt.*

2. *Ein Bruch wird dividirt, wenn man den Zähler dividirt oder den Nenner multiplizirt.*

3. *Um mit einem Bruche zu multipliziren, multiplizire man mit dem Zähler und dividire mit dem Nenner.*

4. *Um mit einem Bruche zu dividiren, dividire man mit dem Zähler und multiplizire mit dem Nenner.*

§. 138. Diese vier Regeln kann man selbst in zwei zusammen fassen, wenn man eine ganze Zahl immer als einen Bruch ansieht, der zum Nenner 1 hat, nämlich:

a. *Um zwey Brüche mit einander zu multipliziren, multiplizire man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.*

b. *Um einen Bruch mit einem*

Bruche zu dividiren, stürze man den Divisorbruch um und multiplizire wie vorher Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

§. 139. Ehe man die Multiplikation der Zähler und die der Nenner wirklich vornimmt, kann man dieselben erst gegenseitig reduziren; man dividirt nämlich immer einen Factor des Zählers und einen Factor des Nenners mit demselben gemeinschaftlichen Theiler.

§. 140. Beispiele.

a.) Multiplikation.

$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{2}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{2 \times 3}{7 \times 1} = \frac{6}{7}$. Siehe auch §. 121.

$8 \times \frac{3}{4} = \frac{8}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{1 \times 4} = \frac{24}{4} = 6$. " §. 124.

$2 \times \frac{3}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{1 \times 4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

$\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$.

b.) Division.

$\frac{6}{7} : 3 = \frac{6}{7} : \frac{3}{1} = \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$. Siehe auch §. 128.

$\frac{8}{12} : \frac{4}{12} = \frac{8}{12} \times \frac{12}{4} = \frac{8 \times 12}{12 \times 4} = 2$. S. auch §. 129. 130.

$\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{5 \times 3} = \frac{2}{3}$.

$6 : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$. Siehe auch §. 132.

$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$ Siehe §. 133. 136.

IV. Abtheilung.

Von den Dezimal-Brüchen.

§. 141. Theile welche zehn- oder hundert- oder tausendmal ꝛc. kleiner sind als ganze Einheiten nennt man Dezimaltheile, Dezimaleinheiten oder Dezimalen. Z. B.: die Dezimeter, Centimeter, Millimeter sind Dezimaleinheiten des Meters.

§. 142. Einen oder mehrere Dezimaltheile zusammen nennt man einen Dezimalbruch. Z. B.: 1 Zehntelmeter, 4 Zehntelmeter, 25 Hundertelmeter, 125 Tausendtelmeter.

§. 143. Eine Zahl, welche aus ganzen Einheiten und aus Dezimaltheilen besteht, nennt man eine Dezimalzahl. Z. B.: 3 Meter und 4 Zehntelmeter, 17 Meter und 25 Hundertelmeter. Unter Dezimalzahlen versteht man auch zuweilen Dezimalbrüche.

§. 144. Um eine Dezimalzahl zu schreiben, schreibt man zuerst die ganzen oder Haupteinheiten, macht zur Rechten derselben einen Strich, welchen man den Dezimalstrich oder das Dezimalkomma nennt, und setzt alsdann daneben an die erste Stelle die Zehntel, an die zweite Stelle die Hundertel, an die dritte die Tausendtel u. s. f. Z. B.:

23,457 bedeutet 23 ganze Einheiten, 4 Zehntel, 5 Hundertel und 7 Tausendtel.

23^{mt},457 bedeutet 23 Meter, 4 Zehntelmeter, 5 Hundertelmeter und 7 Tausendtelmeter.

§. 145. Wenn die Zehntel oder die Hundertel fehlen, setzt man an ihre Stelle eine Null, wie dies bey den Zehnern, Hundertern ꝛc. geschiehet. Z. B.:

23,057 bedeutet 23 Ganze, keine Zehntel, 5 Hundertel und 7 Tausendtel.

20,007 bedeutet 20 Ganze, keine Zehntel, keine Hundertel und 7 Tausendtel.

§. 146. Wenn keine Haupteinheiten da sind, so setzt man an die Stelle der Einer zur Linken des Strichs eine Null. Z. B.: 0,45 bedeutet keine Haupteinheiten oder keine Ganze, 4 Zehntel, 5 Hundertel.

§. 147. Da die Zehntel 10mal kleiner sind, als die Ganzen, die Hundertel hundertmal, die Tausendtel tausendmal ꝛc., so gehen nicht allein zehn Zehntel auf ein Ganzes, sondern auch zehn Hundertel auf ein Zehntel, 10 Tausendtel auf ein Hundertel u. s. f., oder: 1 Ganzes ist soviel als 10 Zehntel, 1 Zehntel soviel als 10 Hundertel, 1 Hundertel soviel als 10 Tausendtel u. s. f.

§ 148. 23,457 kann man daher auch so aussprechen: 23 Ganze und 457 Tausendtel; denn 4 Zehntel sind so viel als 40 Hundertel, die 5 Hundertel dazu gibt 45 Hundertel, 45 Hundertel gibt 10mal soviel Tausendtel, also 450 Tausendtel, die 7 Tausendtel dazu sind 457 Tausendtel.

§. 149. 23,457 kann man auch auf eine 3te Art

ausſprechen, nämlich ſo: 23457 Tauſendtel, denn 23 Ganze ſind ſoviel als 23000 Tauſendtel, weil jedes Ganze 1000 Tauſendtel gibt, die 457 Tauſendtel dazu gibt 23457 Tauſendtel.

§. 150. Welches ſind hiernach die verſchiedenen Arten, auf welche man die folgenden Dezimalzahlen ausſprechen kann?

0,4	0,27	0,358	0,246
3,4	5,27	7,358	8,246
12,45	43,216	5,024	7,308
384,6	780,05	280 004	0,0012
0,0024	0,00024	0,00004	0,000025

§. 151. Wenn die Schüler dieſe und andere Dezimalzahlen mit Fertigkeit ausſprechen können, ſo diktire der Lehrer die obigen Dezimalzahlen auf die verſchiedenen Arten und laſſe ſie von den Schülern ſchreiben.

§. 152. Dezimalzahlen kann man noch auf eine andere Art diktiren. 23,457 z. B. ſo:

drei und zwanzig Komma vier fünf ſieben;

oder ſo: drei und zwanzig Komma vier hundert ſieben und fünfzig.

§. 153. Bey einer Decimalzahl kann man an beiden Enden ſo viele Nullen anſetzen, als man will, ohne daß der Werth derſelben geändert wird, weil der Dezimalſtrich die Bedeutung eines jeden Ziffers beſtimmt und die Nullen blos anzeigen daß keine Zehntel oder keine Hundertel ꝛc. da ſind. Z. B.:

23,457 iſt ſo viel als 0023,457000.

Eben ſo iſt 0,3 = 0,30 = 0,300

" " " 0,047 = 0,04700 = 000,04700

§. 154. Eine ganze Zahl kann man als eine Dezimalzahl ſchreiben, wenn man zur

Rechten der Einer den Dezimalstrich setzt, und alsdann noch eine oder mehrere Nullen anhängt. Z. B.:

23 kann man so: 23,0 schreiben, oder so: 23,00 ꝛc. und aussprechen: 23 Ganze oder 230 Zehntel oder 2300 Hundertel ꝛc.

§. 155. **Um eine Dezimalzahl in kleinere Dezimaltheile zu verwandeln**, darf man derselben also nur eine oder mehrere Nullen anhängen. Z. B.:

0,3 sind 3 Zehntel, 0,30 sind 30 Hundertel,
0,300 sind 300 Tausendtel.
2,34 sind 234 Hundertel; 2,340; sind 2340 Tausendtel.

§. 156. **Um mehrere Dezimalzahlen unter einerley Benennung zu bringen**, darf man denselben durch Ansetzen von Nullen nur gleichviele Dezimalstellen geben. Z. B.:

3,602	ist	so	viel	als	3,60200
264,33102	"	"	"	"	264,33102
0,64	"	"	"	"	0,64000
13,0038	"	"	"	"	13,00380
6,7	"	"	"	"	6,70000

Addition der Dezimalzahlen.

§. 157. **Um Dezimalzahlen zu addiren**, schreibe man dieselben so untereinander, daß die Einheiten derselben Benennung immer in eine senkrechte Reihe zu stehen kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel, Tausendtel unter Tausendtel, ꝛc. und addire sie alsdann wie ganze Zahlen.

Zuletzt setze man in der Summe zur Rechten der Einer den Decimalstrich hin.

3,421	3,021	15,36	0,6
1,234	1,004	0,00025	0,00025
4,6[illegible]	4,025	15,36025	0,60025

0,0123	12,345	35,876	264,57
0,005678	0,21	127,869	74,807
0,00789	17,3218	40,785	948,765
0,015868	29,8768	204,530	1288,142

Im ersten Beispiel sagt man:

4 Tausendtel und 1 Tausendtel sind 5 Tausendtel,
3 Hundertel und 2 Hundertel sind 5 Hundertel,
2 Zehntel und 4 Zehntel sind 6 Zehntel,
1 Einer und 3 Einer sind 4 Einer.
Nach 4 Einer setzt man den Decimalstrich.

Im letzten Beispiel sagt man:

5 Tausendtel und 7 Tausendtel sind 12 Tausendtel,

2 Tausendtel unter den Strich und 10 Tausendtel oder 1 Hundertel im Sinn.

1 Hundertel im Sinn und 6 Hundertel sind 7 Hundertel und 7 Hundertel dazu sind 14 Hundertel.

4 Hundertel unter den Strich und 10 Hundertel oder 1 Zehntel im Sinn.

1 Zehntel im Sinn und 7 Zehntel sind 8 Zehntel und 8 Zehntel sind 16 Zehntel und 5 Zehntel sind 21 Zehntel.

1 Zehntel unter den Strich und 20 Zehntel oder 2 Einer im Sinn; 2 Einer im Sinn und 8 Einer sind 10 Einer und 4 Einer sind 14 Einer und 4 Einer sind 18 Einer.

8 Einer unter den Strich und 10 Einer oder 1 Zehner im Sinn.

1 Zehner im Sinn und 4 Zehner sind 5 Zehner und so fort.

Nach einiger Uebung kann man abgekürzt so sprechen:

5 und 7 sind 12 Tausendtel, 2 Tausendtel hin, und 1 Hundertel im Sinn.

1 im Sinn und 6 sind 7 und 7 sind 14 Hundertel.

4 Hundertel hin und 1 Zehntel im Sinn rc.

§. 158. Beim Hinschreiben der einzelnen Posten kann man, wenn man will, die Stellen der fehlenden Einheiten durch Nullen ausfüllen. Z. B.:

3,602	oder:	3,60200
264,53102		264,53102
0,64		0,64000
13,0038		13,00380
7,6		7,60000
289,37682		289,37682

§. 159. Beispiele zur Uebung.

5,27	36,08	56,234	3,008
6,48	45,09	78,257	7,004
9,83	50,30	38,986	8,009
12,76	78,77	70,248	2,003
20,84	99,99	124,835	4,007
55,18	310,23	368,560	24,031

0,12	0,123	0,0008	0,230
0,34	0,456	0,0009	0,578
0,56	0,789	0,0012	0,700
0,78	0,987	0,0027	0,809
0,89	0,654	0,0092	0,080
2,69	3,009	0,0148	2,397

12,0134	0,90058	3,4567	720
196,785	7,634	34,567	72
7,00006	3,00925	345,67	7,2
14,8007	60,125	3456,7	0,72
100,26	100,000	34567,	0,072
330,85916	171,66983	38407,3937	799,992

3,45	5,678	0,789	0,0089
3,45	5,678	0,789	0,0089
3,45	5,678	0,789	0,0089
10,35	17,034	2,367	0,0267

Subtraction der Dezimalzahlen.

§. 160. Um eine Dezimalzahl von einer andern abzuziehen, schreibe man die kleinere unter die größere, wie bei der Addition, und ziehe ab wie bei ganzen Zahlen. Die leeren Stellen kann man, wenn man will, mit Nullen ausfüllen. Im Rest setze man den Dezimalstrich zur Rechten der Einer hin. Z. B.:

4,87	74,624	65,87	39,0235	1
2,42	73,871	9,764	0,73	0,64
2,45	0,753	56,106	38,2935	0,36

Man spricht:

1tes B.) 2 Hundertel von 7 Hunderteln bleiben 5 Hundertel,
4 Zehntel von 8 Zehnteln bleiben 4 Zehntel,
2 Einer von 4 Einern bleiben 2 Einer.

2tes B.) 1 Tausendtel von 4 Tausendteln bleiben 3 Tausendtel.
7 Hundertel kann man von 2 Hunderteln nicht abziehen.
1 Zehntel bei 6 Zehnteln gelehnt gibt 10 Hundertel 2 Hundertel dazu sind 12 Hundertel, 7 Hundertel von 12 Hunderteln bleiben 5 Hundertel.
8 Zehntel von 5 Zehnteln (denn ein Zehntel wurde gelehnt) kann man nicht abziehen, 1 Einer gelehnt gibt 10 Zehntel, und 5 Zehntel dazu sind 15 Zehntel, 8 Zehntel von 15 Zehnteln bleiben 7 Zehntel.
3 Einer (denn 1 Einer wurde gelehnt) von 3 Einern bleibt Null.
7 Zehner von 7 Zehnern geht auf.

Im dritten Beispiele denke man sich eine Null an die leere Stelle der Tausendtel.

Im fünften schreibe man 1,00 anstatt 1, denn ein Ganzes ist soviel als ein Ganzes, keine Zehntel, keine Hundertel.

§. 161. Beispiele zur Uebung.

3,56	7,894	0,345	0,5683
1,25	5,434	0,214	0,2071
2,31	2,460	0,131	0,3612
4,23	8,724	6,456	0,738
3 15	2,805	5,584	0,729
1,08	5,919	0,872	0,009
17,260	20,150	45,60	10,000
9,349	18,268	5,58	8,989
7,911	1,882	40,02	1,011
3,00	1,00	0,0046	1,5
0,30405	0,999	0,00403	0,50099
2,69595	0,001	0,00057	0,99901

Multiplikation der Dezimalzahlen.

§. 162. Wenn man den Dezimalstrich um

Eine Stelle gegen die Rechte rückt, so wird die ganze Dezimalzahl 10mal größer weil dadurch jede Ziffer einen zehnmal höhern Werth erhält. Z. B.:

23,457 wird zu 234,57 das ist:
die 7 Tausendtel werden zu 7 Hunderteln,
die 5 Hundertel " zu 5 Zehnteln,
die 4 Zehntel " zu 4 Ganzen,
die 3 Einer " zu 3 Zehnern,
die 2 Zehner " zu 2 Hunderteln,

oder die 23457 Tausendtel werden zu 23457 Hunderteln.

§. 163. Wenn man den Dezimalstrich um zwei Stellen gegen die Rechte rückt, so wird die ganze Dezimalzahl 100mal größer, weil jede Ziffer dadurch einen 100mal höhern Werth erhält. Z. B.:

23,457 wird zu 2345,7 das ist:
die 23 457 Tausendtel werden zu eben so vielen Zehnteln.

§. 164. Wenn man den Dezimalstrich um 3 Stellen gegen die Rechte rückt, so wird die ganze Dezimalzahl 1000mal größer, und so fort.

§. 165. Wenn man den Dezimalstrich wegläßt, so wird die Zahl 10mal größer, wenn es Zehntel waren; sie wird hundertmal größer, wenn es Hundertel waren; sie wird tausendmal größer, wenn es Tausendtel waren rc. Z. B.: 2,3 gibt 23; 2,34 gibt 234; 0,234 gibt 234.

§. 166. Um eine Dezimalzahl mit 10, 100, 1000 rc. zu multipliziren, rücke man den Dezimalstrich um Eine, 2, 3 rc. Stellen gegen die Rechte hin; siehe oben §. 166—162. Am Ende der Zahl kann man den Dezimalstrich weglassen.

$23,457 \times 10 = 234,57$	$23,457 \times 100 = 2345,7$
$0,0234 \times 10 = 0,234$	$0,0234 \times 100 = 2,34$
$0,25 \times 100 = 25$	$3,478 \times 1000 = 3478$

§. 167. **Wenn nicht genug Dezimalstellen da sind**, so setze man Nullen an, ehe man den Dezimalstrich versetzt. Z. B.: $2,3 \times 100 = 2,30 \times 100 = 230$ $0,02 \times 1000 = 0,020$.

§. 168. **Um eine Dezimalzahl mit einer ganzen Zahl zu multipliziren**, multiplizire man dieselbe, wie wenn der Dezimalstrich nicht da wäre, und schneide zur Rechten im Produkt so viele Dezimalstellen ab, als im Multiplikanden abgeschnitten sind. Z. B.:

0,07	0,45	23,45 × 13 = 304,85	0,038	0,005
3	7	13	20	400
0,021	3,15	7035	0,760	2,000
		2345		
		304,85		

Denn wenn man Hundertel multiplizirt, so erhält man im Produkt natürlich wieder Hundertel. 45 Hundertel 7mal genommen sind 315 Hundertel oder 3 Ganze und 15 Hundertel, das ist 3,15.

Wenn man Tausendtel multiplizirt, so erhält man Tausendtel. 7 Tausendtel 3mal genommen gibt 21 Tausendtel oder 0,021.

§. 169. **Um eine Dezimalzahl mit einer andern Dezimalzahl zu multipliziren**, multiplizire man beide, wie wenn keine Dezimalstriche da wären und schneide im Produkt so viele Dezimalstellen zur Rechten ab, als im Multiplikanden und im Multiplikator zusammen abgeschnitten sind. Z. B.:

0,4	23,4	2,34	2,34 × 1,2 = 2,808	0,234
0,3	0,2	0,2	1,2	0,02
0,12	4,68	0,468	468	0,00468
			234	
			2,808	

Wenn man nämlich mit Zehnteln multiplizirt, so gibt es 10mal weniger, als wenn man mit Ganzen multiplizirt, weil die Zehntel zehnmal kleiner sind als die Ganzen.

Wenn man mit Hunderteln multiplizirt, so gibt es hundertmal weniger, als wenn man mit Ganzen multiplizirt, und so weiter.

Zehntel mit Ganzen gibt Zehntel,
Zehntel mit Zehnteln gibt Hundertel,
Zehntel mit Hunderteln gibt Tausendtel rc.
Hundertel mit Ganzen gibt Hundertel,
Hundertel mit Zehnteln gibt Tausendtel,
Hundertel mit Hunderteln gibt Zehntausendtel.

§. 170. Bei der Multiplikation von Dezimalzahlen kann man, wie bei ganzen Zahlen, den Multiplikanden mit dem Multiplikator verwechseln. Z. B.:

2,3 mit 0,45 multiplizirt gibt dasselbe Produkt wie 0,45 mit 2,3 multiplizirt.

2,3	0,45
0,45	2,3
115	135
92	90
1,035	1,035

in jedem Fall erhält man 1035, woran man 3 Dezimalstellen abschneiden muß.

Man kann daher immer denjenigen Faktor als Multiplikator wählen, welcher die wenigsten Ziffern enthält.

§. 171. Beispiele zur Uebung.

2,48	3,487	0,4	0,234
10	100	10	1000
24,80	348,700	4,0	234,000

5,6	7,8	0,025	0,08
100	1000	1000	10000
560,0	7800,0	25,000	800,00

3,45	0,00012	1,56	0,05
7	4	60	7000
24,15	0,00048	93,60	350,00

2400	7,8	5,89	1,842
7,8	2400	60,1	2,02
19200	31200	589	3684
168	156	3534	3684
18720,0	18720,0	353,989	3,72084

0,123	0,025	0,011	0,0054
1,4	0,015	0,011	0,0025
492	125	11	270
123	25	11	108
0,1722	0,000375	0,000121	0,00001350

Division der Dezimalzahlen.

§. 172. Um eine Dezimalzahl mit 10, 100, oder 1000 ꝛc. zu dividiren, rücke man den Dezimalstrich um eine, 2, 3 ꝛc. Stellen gegen die Linke hin. — Siehe oben §. 166.

234,57 : 10 = 23,457   234,57 : 100 = 2,3457

Wenn nicht genug Ziffern gegen die Linke hin vorhanden sind, so setze man Nullen vor, ehe man den Dezimalstrich versetzt.

234,57 : 1000 = 0,23457   2,34 : 1000 = 0,00234
2,34 : 10 = 0,234   0,234 : 100 = 0,00234

§. 173. Um eine Dezimalzahl mit einer ganzen Zahl zu dividiren, dividire man zuerst die Ganzen. Wenn man mit den Ganzen fertig ist, setze man zur Rechten des Quotienten den Dezimalstrich und dividire alsdann weiter; die folgenden Ziffern, welche man erhält, sind Zehntel, Hundertel, Tausendtel ꝛc. Z. B.:

254,58	2	280,8	12
2	127,29.	24	23,4
05		40	
4		36	
14		48	
14			
0,5			
4			
18			
18			
0			

Man spricht:

im ersten Beispiel. 2 Hunderter mit 2 dividirt gibt 1 Hunderter, 1 Hunderter in den Quotient.

2mal 1 Hunderter sind 2 Hunderter von 2 Hundertern abgezogen bleibt 0

5 Zehner herunter.

5 Zehner mit 2 dividirt gibt 2 Zehner, zwey Zehner in den Quotient, 2 mal 2 Zehner sind 4 Zehner von 5 Zehnern bleibt 1 Zehner.

4 Einer herunter.

14 Einer mit 2 dividirt gibt 7 Einer, 7 Einer in den Quotient, und den Dezimalstrich daneben. 2 mal 7 Einer gibt 14 Einer, von 14 Einern abgezogen bleibt 0.

3 Zehntel herunter.

5 Zehntel mit 2 dividirt gibt 2 Zehntel, 2 Zehntel neben den Strich; 2 mal 2 Zehntel sind 4 Zehntel von 5 Zehnteln bleibt ein Zehntel.

8 Hundertel herunter, 1 Zehntel und 8 Hundertel sind 18 Hundertel.

18 Hundertel mit 2 dividirt gibt 9 Hundertel, 9 Hundertel neben die 2 Zehntel in den Quotient.

2mal 9 Hundertel gibt 18 Hundertel von 18 Hunderteln geht auf.

Abgekürzt spricht man im 2ten Beispiel so:

12 in 28 geht 2 mal, 2 mal 12 sind 24 von 28 bleibt 4 Null herunter.

12 in 40 geht 3 mal, 3 mal 12 sind 36 von 40 bleibt 4 Neben 3 wird der Dezimalstrich gesetzt, weil man mit den ganzen Einheiten jetzt fertig ist.

8 Zehntel herunter.
12 in 48 geht 4 mal, 4 mal 12 sind 48 von 48 geht auf.

Wenn man Ganze dividirt, so erhält man im Quotienten auch Ganze; wenn man Zehntel dividirt, so erhält man Zehntel; wenn man Hundertel dividirt, so erhält man Hundertel. ꝛc.

§. 174. Wenn die Division nicht aufgeht, so kann man dem Dividenden eine oder mehrere Nullen anhängen und weiter dividiren. Z. B.:

```
25,300 | 4          346,50 | 25          25,3 | 4
24     | 6,325      25     | 13,86       24   | 6,325
 13                  96                   13
 12                  75                   12
  10                 215                   10
   8                 200                    8
   20                 150                   20
   20                 150                   20
    0                   0                    0
```

Anstatt dem Dividenden eine Null anzuhängen, darf man nur immer dem Rest eine Null anhängen, wie im 3ten Beispiel.

§. 175. Wenn die Division nie aufgeht, so setzt man sie so weit fort, als man will. Z. B.:

```
18,2500 | 7                      13,7 | 3
14      | 2,6071 . . .           12   | 4,566 . . .
 42                               1,7
 42                               15
 050                               20
  49                               18
   10                               20
    7                               18
    3                                2
```

§. 176. Wenn man eine ganze Zahl ohne

Bayerische Staatsbibliothek München

angehängten Dezimalbruch mit einer ganzen Zahl dividiren will, darf man sich nur zur Rechten der Einer des Dividenden den Dezimalstrich hindenken.

```
5,  | 2          12, | 5          724, | 16
4   | 2,5        10  | 2,4        64   | 45,25
10               20              84
                                 80
                                  40
                                  32
                                  80
```

§. 177. Wenn der Divisor in den ganzen Einheiten des Dividenden nicht ganz enthalten ist, so setzt man in den Quotienten eine Null, nach derselben den Dezimalstrich, und fährt alsdann mit der Division fort. Z. B.:

```
      1.                  2.                  3.
1,24 | 2            0,36 | 6            0,03 | 4
     | 0,62              | 0,06              | 0,0075

1,   | 2            1,   | 25           23,  | 40
     | 0,5               | 0,04              | 0,575
```

1.) Hier spricht man: 1 mit 2 dividirt gibt kein Ganzes, also 0,
12 Zehntel mit 2 dividirt gibt 6 Zehntel 0,6 ꝛc,

2.) Keine Ganze mit 6 dividirt gibt keine Ganze, also 0,
3 Zehntel mit 6 dividirt gibt keine Zehntel, also 0,0
36 Hundertel mit 6 dividirt, gibt 6 Hundertel, also 0,06
oder abgekürzt: 6 in 0 geht 0 mal; Strich; 6 in 3 geht wieder 0 mal, 6 in 36 geht 6 mal.

§. 178. Um eine Dezimalzahl mit einer andern zu dividiren, welche eben soviele Dezimalstellen hat, dividirt man beide wie ganze Zahlen.

4,8 : 1,2 = 48 : 12 = 4.

12 Zehntel sind in 48 Zehntel so oft enthalten, als 12 Ganze in 48 Ganzen, nämlich 4 mal.

4,68 : 2,34 = 468 : 234 = 2.

234 Hundertel sind in 468 Hundertel so oft enthalten, als 234 Ganze in 468 Ganzen, nämlich 2 mal.

oder: durch das Weglassen des Dezimalstrichs werden Dividend und Divisor gleichvielmal größer, der Quotient bleibt daher derselbe.

0,48	: 0,12	=	48	:	12	=	4
0,468	: 0,234	=	468	:	234	=	2
0,048	: 0,012	=	48	:	12	=	4
4,8	: 0,3	=	48	:	3	=	18
4,68	: 0,02	=	468	:	2	=	234
0,048	: 0,006	=	48	:	6	=	8
1,2	: 4,8	=	12	:	48	=	0,25
2,34	: 4,68	=	234	:	468	=	0,5
0,12	: 0,48	=	12	:	48	=	0,25
0,234	: 0,468	=	234	:	468	=	0,5
0,012	: 0,048	=	12	:	48	=	0,25
0,3	: 4,8	=	3	:	48	=	0,0625
0,006	: 0,048	=	6	:	48	=	0,125
0,0004	: 0,0025	=	4	:	25	=	0,16

§. 179. **Um eine Dezimalzahl mit einer andern zu dividiren, welche mehr oder weniger Dezimalstellen hat,** hängt man dem Dividenden oder dem Divisor eine oder mehrere Nullen an, damit beide gleichviele Dezimalstellen bekommen und dividirt alsdann wie mit ganzen Zahlen. Siehe den vorigen §.

46,8	: 2,34	=	46,80	: 2,34	=	4680	:	234	=	20
46,8	: 0,234	=	46,800	: 0,234	=	46800	:	234	=	200
1,2	: 0,03	=	1,20	: 0,03	=	120	:	3	=	40
1,2	: 0,006	=	1,200	: 0,006	=	1200	:	6	=	200
0,12	: 0,004	=	0,120	: 0,004	=	120	:	4	=	30
0,4	: 0,25	=	0,40	: 0,25	=	40	:	25	=	1,6
0,6	: 0,48	=	0,60	: 0,48	=	60	:	48	=	1,35
1,2	: 0,48	=	1,20	: 0,48	=	120	:	48	=	2,5

0,6 : 0,048 = 0,600 : 0,048 = 600 : 48 = 12,5
0,3 : 0,048 = 0,300 : 0,048 = 300 : 48 = 6,25

4,68 : 23,4 = 4,68 : 23,40 = 468 : 2340 = 0,2
0,468 : 23,4 = 0,468 : 23,400 = 468 : 23400 = 0,02
0,12 : 0,3 = 0,12 : 0,30 = 12 : 30 = 0,4
0,04 : 2,5 = 0,04 : 2,50 = 4 : 250 = 0,016
0,012 : 4,8 = 0,012 : 4,800 = 12 : 4800 = 0,0025

§. 180. **Wenn der Divisor weniger Dezimalstellen hat, als der Dividend,** wie in den letzten Beispielen, so kann man auch auf folg nde Weise verfahren:

Man läßt in dem Divisor den Dezimalstrich weg, rückt denselben im Dividenden um so viele Stellen gegen die Rechte, als der Divisor Dezimalstellen hatte, und dividirt alsdann den neuen Dividenden mit dem Divisor, wie mit einer ganzen Zahl §. 176.

Man hat auf diese Weise keine Nullen beim Dividiren nachzuschleppen. Z. B.:

erste Art

0,012 : 4,8 = 0,012 : 4,800

```
12,0000 | 4800
 9 600  |------
------- | 0,0025
 24 000
 24 000
-------
```

letzte Art

0,012 : 4,8

```
0,120 | 48
 96   |------
----- | 0,0025
 240
 240
-----
```

Bey der letzten Art zu dividiren, sagt man wie oben §. 177
48 in 0 Ganze geht 0mal, Strich,
48 in 1 „ geht 0mal,
48 in 12 „ geht 0mal,
0 angehängt,
48 in 120 geht 2mal ꝛc.

§. 181. **Dezimalzahlen können auch wie gemeine Brüche geschrieben und behandelt werden.** Z. B.:

0,1	ist so viel als	$\frac{1}{10}$	beides ist	1 Zehntel
0,01	" " " "	$\frac{1}{100}$	" "	1 Hundertel
0,001	" " " "	$\frac{1}{1000}$	" "	1 Tausendtel
0,3	" " " "	$\frac{3}{10}$	beides sind	3 Zehntel
0,25	" " " "	$\frac{25}{100}$	" "	25 Hundertel
0,025	" " " "	$\frac{25}{1000}$	" "	25 Tausendtel
2,4	" " " "	$\frac{24}{10}$	" "	24 Zehntel
1,25	" " " "	$\frac{125}{100}$	" "	125 Hundertel

0,3 × 0,4 ist so viel als $\frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{100}$
2,34 × 0,2 " " " " $\frac{234}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{468}{1000}$
4,8 : 1,2 " " " " $\frac{48}{10} : \frac{12}{10} = 4$
4,68 : 2,34 " " " " $\frac{468}{100} : \frac{234}{100} = 2$
46,8 : 2,34 " " " " $\frac{468}{10} : \frac{234}{100} = \frac{4680}{100} : \frac{234}{100} = 20$

Zur Uebung kann der Lehrer noch mehrere der oben §. 178 und 179 angegebenen Beispiele auf dieselbe Weise behandeln lassen.

§. 182. **Um einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln,** dividire man den Zähler mit dem Nenner, wie oben §. 176 und 177.

$\frac{1}{2} = 0{,}5$	denn $1 : 2 = 0{,}5$	$\frac{1}{3} = 0{,}333$ . .
$\frac{1}{4} = 0{,}25$	denn $1 : 4 = 0{,}25$	$\frac{2}{3} = 0{,}666$ . .
$\frac{3}{4} = 0{,}75$	denn $3 : 4 = 0{,}75$	$\frac{1}{9} = 0{,}111$ . . .
$\frac{3}{5} = 0{,}6$	denn $3 : 5 = 0{,}6$	$\frac{2}{9} = 0{,}222$ . . .
$\frac{7}{25} = 0{,}28$	denn $7 : 25 = 0{,}28$	$\frac{3}{9} = 0{,}333$ . . .

Bem. Die Division geht immer auf, wenn der Nenner keine andern einfachen Faktoren enthält als 2 und 5

§. 183. **Wenn man einen Dezimalbruch wie einen gemeinen Bruch geschrieben hat, so kann man denselben noch reduziren.** z. B.

$0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	0,111 . . ist nach §. 182.	$= \frac{1}{9}$
$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	0,222 . . " " "	$= \frac{2}{9}$
$0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	0,333 . . " " "	$= \frac{3}{9}$
$0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	0,444 . . " " "	$= \frac{4}{9}$
$0{,}28 = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$	0,666 . . " " "	$= \frac{6}{9}$

V. Abtheilung.

Die vier Grundrechnungen mit ungleichbenannten ganzen Zahlen.

Verwandlungen.

§. 184. Ungleichbenannte Zahlen sind Zahlen, die aus Einheiten von verschiedener Benennung zusammengesetzt sind. Z. B.: 2 Gulden 24 Kreuzer; 3 Pfund 20 Loth und 3 Quentchen; 5 Meter und 47 Centimeter.

§. 185. Ungleichbenannte Zahlen unter gleiche Benennung bringen, heißt, die gegebenen Zahlen in andere verwandeln, welche einerlei Namen haben. Z. B.: 2 Batzen und 3 Groschen unter gleiche Benennung gebracht gibt 8 Kreuzer und 9 Kreuzer.

Bei solchen Verwandlungen dürfen die Zahlen offenbar nichts an ihrem Werthe verlieren.

Um Batzen in Kreuzer verwandeln zu können, muß man wissen, wie viele Kreuzer auf einen Batzen gehen. Die Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten einer geringern Sorte auf eine Einheit einer höhern Sorte gehen, nennt man die Verhältnißzahl oder Zwischenzahl oder Reduktionszahl.

Die Verhältnißzahl zwischen Batzen und Kreuzern ist 4
" zwischen Gulden und Kreuzern 60
" zwischen Pfunden und Lothen 32
" zwischen Metern und Centimetern 100

Bem. Hier sollte der Lehrer alles, was in der Einleitung über Maaße, Gewichte ꝛc. gesagt ist, wiederholen.

§. 186. Um Einheiten von höherem Werthe in geringere zu verwandeln, multiplizirt man die Zahl der höhern Einheiten mit der Verhältnißzahl. Z. B.:

2 fl. sind 2mal 60 kr. = 120 kr.

5 Meter sind 5mal 100 Centimeter = 500 Centimeter.

Beispiele zur Uebung findet man pag. 44 N° 27 bis 33.

§. 187. Um Einheiten von einer kleinern Sorte in höhere zu verwandeln, dividirt man die Zahl der kleineren Einheiten mit der Verhältnißzahl. Z. B.:

120 Kreuzer mit 60 dividirt gibt 2 Gulden;

500 Centimeter mit 100 dividirt gibt 5 Meter.

Beispiele zur Uebung findet man pag. 54 N° 7 bis 17.

§. 188. Um Zahlen von verschiedener Benennung in Einheiten der kleinsten Sorte zu verwandeln, verwandle man zuerst die größten Einheiten in unmittelbar kleinere und addire die gegebenen Einheiten dieser Sorte hinzu.

Die Summe verwandle man wieder in Einheiten der folgenden geringern Sorte und addire die gegebenen Einheiten dieser Sorte hinzu, und so fort.

Z. B.: Wenn 3 ℔ 20 Loth und 3 Quentchen in Quentchen verwandelt werden sollen, so verwandelt man zuerst die 3 ℔ in Loth, dies gibt 3 × 32 = 96 Loth die gegebenen 20 Loth hinzugezählt gibt zusammen 116 Loth.

Diese 116 Loth in Quentchen verwandelt gibt 464 Quentchen, die gegebenen 3 Quentchen noch dazu gezählt gibt 467 Quentchen.

3 ℔ 20 Loth und 3 Quentchen gibt also 467 Quentchen.

Die Rechnung steht so:

```
℔   L.   Q.        ℔    L.   Q.        ℔    L.   Q.
3 32 20 4 3       297 32 23 4 1       297  23   1
32                 32                  32
96 L.             594                 597
20 L.             891                 893
116 L.            9504 L.             9527 L.
 4                 23                   4
464 Q.            9527 L.             38109 Q.
 3                  4
467 Q.            38109 Q.
```

Im 2ten Beispiel wurde das 1 Quentchen bei der Multiplikation sogleich hinzugezählt.

Beim 3ten Beispiel wurden 3 Loth bei der Multiplikation mit 2 hinzugezählt, und die 2 Zehner der gegebenen Lothe bey der Multiplikation mit 3. Dasselbe geschieht bei der Verwandlung der Gulden und Kreuzer.

58 fl. 37 kr. und 3 Pf. sollen in Pfennige verwandelt werden.

```
fl.    kr.   Pf.      fl.    kr.  Pf.      fl.    kr.  Pf.
58  60 37  4 3        58  60 7  4 3        58  60 0  4 3
60                    60                   60
3517 kr.              3487                 3480
   4                     4                    4
14071 Pfennig         13951 Pfennig        13923 Pfennig

met.     cmet.                             H.lit.     lit.
5    100 47                                23    100  45
100                                        100
547 cmet.                                  2345

         Kgr.    Hgr.    Dgr.    gr.
         54  10  3   10  2   10  1
         10
         543
          10
         5432
           10
         54321 Gramm.
```

§. 189. **Die Verwandlungen der Dezimaleinheiten können ohne Multiplikation durch bloses Aneinandersetzen der einzelnen Zahlen bewirkt werden.**

met.	cmet.		cmet.	Hlit.		lit.		lit.
5	47	sind	547	23	und	45	sind	2345

Kgr.	Hgr.	Dgr.	gr.	
54	3	2	1	sind 54321 Gramm.

Man hat hierbey nur die Regel zu beobachten, daß **man vor der Verwandlung jede einzelne Zahl mit so vielen Ziffern schreiben muß, als die Verhältnißzahl Nullen neben der 1 hat.** Z. B.: Wenn blos Meter und Centimeter vorkommen, so müssen die Centimeter mit zwei Ziffern geschrieben werden, weil hundert Centimeter auf einen Meter gehen,

$5^{met.}\,7^{cmet.}$ muß geschrieben werden
$5^{met.}\,07^{cmet.}$

Wenn blos Meter und Millimeter vorkommen, so müssen die Millimeter mit drei Ziffern geschrieben werden, weil 1000 Millimeter auf einen Meter gehen. Z. B.:

met.	mmet		met.	mmet.		mmet.
5	36	so:	5	036	zusammen	5036
5	6	so:	5	006	„	5006.

Wenn Meter, Centimeter und Millimeter vorkommen, so werden die Centimeter mit zwei, die Millimeter mit einer Ziffer geschrieben, weil 100 Centimeter auf einen Meter und 10 Millimeter auf einen Centimeter gehen. Z. B.:

met.	cmet.	mmet.		met.	cmet.	mmet.		mmet.
5	47	3	so:	5	47	3	=	5473
3	4	6		3	04	6	=	3046
117	—	4		117	00	4	=	117004

§. 190. **Bei der Verwandlung von Einheiten einer kleinern Sorte in höhere, geht oft die Division nicht auf.** Man setzt alsdann zu dem Quotienten, welcher aus höhern Einheiten besteht, den Rest hinzu mit der Benennung der kleinern Einheiten. Enthält der Quotient eine oder mehrere Einheiten von noch höherer Art, so kann man diese auf dieselbe Weise ausziehen. Z. B.:

a.) 467 Quentchen sollen in Loth, die Loth in Pfund verwandelt werden.

```
467 | 4              116 L. | 32
4   |------           96    |------
--- | 116 L.         ---    | 3 Pfund
06                   20 L. Rest.
 4
---
 27
 24
---
 3 Q. Rest.
```

867 Quentchen sind also 116 Loth und 3 Quentchen, oder 3 Pfund 20 Loth und 3 Quentchen.

Man kann die Rechnung auch so stellen:

```
467 Q. | 4                   oder so: 467 Q. | 4
3      |------                        ----   |------
---    | 116 L. | 32                         | 116 L. | 32
06       96     |------               3 Q.     96     |------
 4       ---    | 3 Pf.                        ---    | 3 Pf.
---      20 L.                                 20 L.
 27
 24
---
 3 Q.
```

siehe §. 58.

b.) 14071 Pfennige sollen in Kreuzer und Gulden verwandelt werden.

```
14071 Pf. | 4              oder so: 14071 Pf. | 4
12        |351|7 kr.|6|0   §. 58.   ———       |351|7 kr.|6|0
 20        30       |58 fl.         3 Pf.      ———      |58 fl.
 20         51                                  37 kr.
  07        48
   4        37 kr.
  31                 oder so: 14071 Pf. | 4
  28                          537
   3 Pf.                      5517 kr. | 6|0
                              58 fl. 37 kr. 3 Pf.
```

c.) 547 Centimeter sollen in Meter verwandelt werden.

```
5|47 cmet. | 1|00          547 cmet. = 5 met. 47 cmet.
5          | 5 met.
047 cmet.
```

d.) 54321 Gramm sollen in Decagramm, Hectogramm und Kilogramm verwandelt werden.

```
5432|1 gr. | 1|0
———        | 543|2 Dgr. | 1|0
1 gr.      ———          | 54|3 Hgr. | 1|0
           2 Dgr.       ———         | 54 Kgr.
                        3 Hgr.
```

§. 191. Bei der Verwandlung der Dezimaleinheiten in höhere kann man die wirkliche Division sparen, man darf nur für eine jede Gattung von höhern Einheiten so viele Ziffern abschneiden als die Verhältnißzahl Nullen neben der 1 hat. Z. B.:

Wenn man 547 Cmtimeter in Meter verwandeln will, so schneidet man 47 ab, weil 100 Cmtimeter auf einen Meter gehen. Die abgeschnittenen Ziffern sind Centimeter, die übrigen Meter.

Wenn man 3046 Millimeter in Centimeter und Meter zu

verwandeln hat, so schneidet man 6 Millimeter ab, weil 10 Millimeter auf einen Centimeter gehen; die übrigen 304 sind Centimeter.

Von 304 Centimeter schneidet man 04 Centimeter ab, weil 100 Centimeter auf einen Meter gehen, die übrigen 3 sind Meter. Das ist:

a.) 3046 mmet. = 3 met. ‿(100) 04 cmet. ‿(10) 6 mmet.

b.) 54321 gr. = 54 Kgr. ‿(10) 3 Hgr. ‿(10) 2 Dgr. ‿(10) 1 Gramm.

c.) 2345 lit. = 23 Hlit. 45 lit.

Addition.

§. 192. **Um ungleichbenannte Zahlen zu addiren,** schreibe man die Zahlen so untereinander, daß die Einheiten derselben Benennung immer in eine senkrechte Reihe zu stehen kommen.

Addire, indem man bei den kleinsten Einheiten anfängt, eine jede Reihe zusammen.

Zuletzt verwandle man die Summe der kleinsten Einheiten in unmittelbar höhere, addire die ausgezogenen höhern Einheiten zu der folgenden Summe hinzu. Diese verwandle man wieder in höhere und so fort. Z. B.:

a.)

fl. ‿(60)	fr. ‿(4)	Pf.
17	28	2
68	57	2
129	20	3
58	49	0
2004	36	3
2276	190	10
3	2	2
2279	192	
	12	

10 Pf. | 4 — 2 fr.; 2.

19|2 fr. | 6|0 — 3 fl.; 18; 12 fr.

b.)

fl. ‿(60)	fr. ‿(4)	Pf.
17	28	2
68	57	2
129	20	3
58	49	0
1004	36	3
3	3	
2279	192	10
	12	2

Im ersten Beispiel ist die Summe der Pfennige 10
" die Summe der Kreuzer 170
" die Summe der Gulden 2260

Die 10 Pfennige in Kreuzer verwandelt gaben 2 kr. 2 Pf. Die 2 Pfennige blieben in der Reihe der Pfennige stehen, die 2 kr. aber wurden zu der Summe der Kreuzer hinzugezählt.

Alsdann wurden die 192 Kreuzer in fl. verwandelt; die ausgezogenen 3 fl. wurden zu der Summe der fl. hinzugezählt, der Rest von 12 Kreuzer aber in der Reihe der Kreuzer gelassen.

Die Summe aller Gulden Kreuzer und Pfennige ist also 1279 fl. 12 kr. 2 Pfennig.

Man verwandelt gewöhnlich, wie im 2ten Beispiel geschehen ist, die Summe der Einheiten der kleinsten Gattung sogleich nachdem man sie erhalten hat in unmittelbar höhere Einheiten und zählt die ausgezogenen höheren Einheiten zu der folgenden Reihe hinzu, und so fort.

Es ist selbst nicht nothwendig, die Summe einer jeden Reihe hinzuschreiben, wenn man die Verwandlungen auf einem besondern Blatt oder im Sinn vornimmt.

Bei der Addition der Kreuzer schreibe man um abzukürzen die Einer hin, die Summe der Zehner dividire man mit 6, den Rest schreibe man in die Reihe der Zehner, den Quotienten aber zähle man zur Reihe der Gulden.

Diese Regel befolge man auch bey der Addition der Sekunden und Minuten.

	fl.	60 kr.	4 Pf.		fl.	60 kr.	4 Pf.		Znt.	100 ℔	32 L.	4 Q.
c.)	100	48	3	d.)	538	47	2	e.)	13	24	15	1
	67	54	2		654	20	1		37	49	23	—
	80	45	1		768	42	1		68	74	19	3
	136	56	2		875	13	2		45	35	21	1
	46	23	3		972	52	1		86	94	12	2
	17	52	2		1354	37	3		73	42	8	2
	450	41	1		5164	33	2		325	21	4	1

	Tage	24	St.	60	Min.	60	Sek.
f.)	35		8		54		28
	48		21		47		55
	84		6		42		23

	Grade	60	Min.	60	Sek.
g.)	250		37		46
	103		47		52
	354		25		38

	Znt.	100	Ztr.
h.)	4		59
	19		84
	25		92
	8		56
	7		94
	66		85

	Gulden	10	Sechser
i.)	17		5
	68		9
	129		3
	58		8
	2004		6
	2279		1

	Fuß	10	Dez.Zoll
k.)	47		7
	38		2
	74		6
	105		3
	96		5
	362		3

	mt.	100	cmet.	10	mmet.
l.)	3		04		4
	7		98		7
	117		00		4
	35		43		9
	163		47		4

	Klit.	10	Hlit.	100	lit.
m.)	12		7		05
	3		8		87
	—		3		46
	6		9		68
	23		9		06

Zur Uebung können die Beispiele §. 216 c, d. §. 226 a, f. §. 228 a, b, c, d. dienen.

Kgr.	10	Hgr.	10	Dgr.	10	gr.
297		0		4		7
124		6		5		8
83		3		0		2
300		0		9		6
407		7		0		4
1212		8		0		7

H.ar.	100	ar.	c.ar.
34		57	06
97		00	74
208		72	92
86		50	48
127		96	67
554		77	87

Qmt.	100	Qdm.	100	Qcmt.
72		37		04
348		00		45
83		48		77
59		23		00
1037		83		94
1600		93		20

Kmt.	1000	Kdmt.	1000	Kcmt.
13		436		045
324		083		462
076		094		782
89		745		397
925		700		003
2229		059		689

Subtraktion.

§. 193. **Um ungleich benannte Zahlen von einander abzuziehen**, setze man

sie wie bei der Addition, untereinander und ziehe, indem man bei den kleinsten Einheiten anfängt, die untern Zahlen von den darüberstehenden ab.

Kann man nicht abziehen, so lehnt man eine unmittelbar höhere Einheit, verwandelt diese in Einheiten der kleinern Gattung, zählt die oben stehenden Einheiten derselben Gattung hinzu und zieht alsdann ab. Z. B.:

fl.	60	kr.	4	Pf.
45		37		2
28		22		1
17		13		1

Pf.	32	L.	4	Q.
18		17		2
9		12		2
9		5		0

Hlit.	100	lit.
64		58
28		39
36		19

fl.	60	kr.	4	Pf.
2279		12		2
2004		36		3
274		35		3

Zent.	100	℔	32	L.	4	Q.
66		88		13		1
8		94		27		3
57		93		17		2

In den beiden letzten Beispielen sagt man:

3 Pf. von 2 Pf. geht nicht, 1 kr. bei 12 kr. gelehnt gibt 4 Pf., und 2 Pf. dazu sind 6 Pf. 3 Pf. von 6 Pf. bleiben 3 Pfennig.

36 kr. von 11 kr. (denn 1 kr. wurde gelehnt) geht nicht, 1 fl. bei 2279 fl. gelehnt gibt 60 kr. und 11 dazu sind 71 kr.
36 von 71 bleiben 35 kr.
4 von 8 bleiben 4 (denn 1 fl. wurde gelehnt) ꝛc.
3 Quentchen von 1 Q. geht. nicht 1 Loth bei 13 Loth gelehnt gibt 4 Q. und 1 dazu sind 5 Quentchen, 3 von 5 bleiben 2 Quentchen.

27 Loth von 11 Loth (denn 1 Loth wurde gelehnt) geht nicht. 1 ℔ bei 8 ℔ gelehnt gibt 32 Loth und 12 Loth dazu sind 44 Loth 27 von 44 bleiben 17 Loth.

94 ℔ von 7 ℔ geht nicht 1 Zentner gelehnt gibt 100 ℔ und 7 ℔ dazu sind 107 ℔, 94 von 107 bleiben 13 ℔.
8 Zentner von 66 Zentnern bleiben 58 Zentner.

Anstatt zu den Einheiten, welche durch Verwandlung der gelehnten Einheit entstanden sind die obenstehenden erst hinzuzuzählen und nachher abzuziehen, zieht man lieber

sogleich ab und zählt zu dem Reste die obenstehenden Einheiten hinzu. Z. B.:

Anstatt zu sagen: 32 Loth und 12 sind 44 Loth, 27 von 44 bleiben 17, sagt man lieber: 27 von 32 bleiben 5 und 12 dazu sind 17.

Man hat auf diese Weise immer mit kleinern Zahlen zu thun.

Tage	24 Stund.	60 Min.	60 Sek.
100			
76	15	43	17
23	8	16	43

Grade.	60 Min.	60 Sek.
360		
214	38	49
145	21	11

	met	100 cmet.	10 mmet.
	163	47	6
ab	35	43	9
Rest	128	03	7

Klit.	10 Hlit.	100 lit.
23	9	6
14	6	68
9	2	38

	Kgr.	10 Hgr.	10 Dgr.	10 gr.
	1212	8	0	7
ab	407	7	9	4
Rest	805	0	1	3

	H.ar.	100 ar.	100 c.ar.
	554	77	87
ab	127	96	67
Rest	426	81	20

	Qm	100 Qdm	100 Qcm
	1600	93	20
ab	1037	83	94
Rest	563	09	26

Km	1000 Kdcm	1000 Kcm
2229	059	689
925	700	003
1303	359	686

Multiplikation.

§. 194. **Um ungleich benannte Zahlen mit einer ganzen Zahl zu multipliziren**, multiplizire man die verschiedenen Zahlen wie sie gegeben sind, mit dem Multiplikator.

Alsdann verwandle man das Produkt der kleinsten Einheiten in unmittelbar höhere und addire die ausgezogenen höhern Einheiten zu dem folgenden Produkt hinzu;

Diese verwandle man wieder in höhere, und so fort, wie bei der Addition.

fl.	kr.	Pf.		fl.	kr.	Pf.
17	28	2	× 5 =	87	22	2
		5				
85	140	10				
2	2	—				
87	142	2				
	22					

fl.	kr.	Pf.
17	28	2
		5
87	22	2

Im ersten Beispiel wurden die Pfennig, Kreuzer und Gulden mit 5 multiplizirt, man erhält dadurch

85 fl. 142 kr. und 10 Pf.

10 Pfennig in Kreuzer verwandelt gab 2 kr. und 2 Pfennig, die 2 Pfennig blieben stehen, die 2 Kreuzer aber wurden zu dem Produkt der Kreuzer hinzugezählt; und so fort.

Beim 2ten Beispiel wurden die Verwandlungen im Sinn gemacht, und die ausgezogenen Einheiten sogleich zu der ersten Ziffer des folgenden Produkts addirt.

Man spricht im letzten Fall so:

2mal 5 sind 10 Pfennig, mit 4 zu Kreuzer gemacht gibt 2 kr. und 2 Pfennige, die 2 Pfennig setzt man hin, die 2 kr. aber behält man im Sinn.

5mal 8 sind 40 und 2 im Sinn dazu sind 42, 2 hin und 4 im Sinn. 2mal 5 sind 10 und 4 im Sinn sind 14; 14 mit 6 dividirt gibt 2 fl., und 2 fl. bleiben übrig, 2 hin und 2 fl. im Sinn.

5mal 7 sind 35 und 2 im Sinn sind 37, 7 hin und 3 im Sinn; 1mal 5 und 3 im Sinn sind 8, 8 hin.

Rthlr.	ß.	D.		Rthlr.	ß.	D.
37	24	2	× 72 =	2719	4	0
72	72	72				
79	54	144	4			
264	171		36 ß.			
2719	1764	32	0 D.			
	160	55 Rthlr.				
	164					
	160					
	4 ß.					

In diesem Beispiel wurde der Multiplikator unter jede Zahl des Multiplikanden gesetzt, und zu dem Produkt jedesmal die vorher ausgezogenen Einheiten im Sinn hinzugezählt. Da man sich jedoch hierin leicht irren kann, so befolge man lieber die oben im ersten Beispiel angegebene Art.

```
 ℔      L.     Q.            ℔   L. Q.
 37     24      2  × 72 = 2719  4  0
 72     72     72
---------------------
 74     48    144 | 4
259    168    --- |----
----   ----       | 36 L.
2664   1728     0
  55     36
----   ----
2719   1764| 32
       160 |----
       ----| 55 ℔
        164
        160
        ---
          4
```

Beispiele zur Uebung siehe unter §. 216.

Division.

§. 195 **Um ungleich benannte Zahlen mit einer ganzen Zahl zu dividiren,** dividire man zuerst die Zahl der höchsten Einheiten mit dem Divisor, den Rest verwandle man in unmittelbar kleinere Einheiten, und zähle die gegebenen Einheiten derselben Benennung hinzu. Ihre Summe dividire man ebenfalls mit dem Divisor und verwandle den Rest wieder in Einheiten der folgenden kleinern Gattung, und so fort.

Die einzelnen Quotienten zusammen bilden den Hauptquotienten. Z. B.:

87 fl. 22 kr. 2 Pf. soll mit 5 dividirt werden.

fl. kr. Pf.
87 22 2 | 5
5 | 15 fl. 28 kr. 2 Pf.
37
35
2 fl. Rest
60
142 kr.
10
42
40
2 kr. Rest
4
10 Pf.
10
0

87 fl. mit 5 dividirt gibt 15 fl.
Die 2 fl. Rest gibt 120 kr. und 22 kr. dazu sind 142 kr 142 kr. mit 5 dividirt gibt 28 kr.
Die 2 Kreuzer Rest gibt 8 Pf. und 2 Pfennig dazu sind 10 Pfennig. 10 Pfennig mit 5 dividirt gibt 2 Pf.
Der Quotient ist also 15 fl. 28 kr. und 2 Pf.

℔ L.
2719 4 | 72
216 | 37 ℔ 24 L. 2 Q.
559
504
55 ℔ Rest
32
114
165
1764 L.
144
324
288
36 L. Rest
4
144 Q.
144
0

Das erste Beispiel kann man kürzer so schreiben; weil nur mit einer Ziffer dividirt wird. Siehe oben §. 58.

```
fl.  kr.  Pf.
87   22   2  | 5
    120   8  |---------------------
    ---  --  | 15 fl. 28 kr. 2 Pf.
    142  10

℔        L.      Q.
215  32   3   4   2 | 6
---      160      4 |-----------------
  5      ---     -- | 35 ℔ L. 27 1 Q.
         163      6
         ---
           1
```

§. 196. Wenn bei ungleich benannten Zahlen, welche dividirt werden sollen, eine Gattung von kleinern Einheiten nicht vorkommt, und bei der Division der höhern ein Rest übrig bleibt, so kann man diesen Rest in kleinere Einheiten verwandeln, und alsdann die Division fortsetzen, wie im vorigen Beispiel.

21 fl. sollen mit 8 dividirt werden.

```
21 fl.  | 8
----    |------------------
        | 2 fl. 37 kr. 2Pf.
 5 fl. Rest
 60
---
300 kr.
---
  4 kr. Rest
  4
 --
 16 Pf.
 16
 --
  0
```

VI. Abtheilung.

Die vier Grundrechnungen mit benannten Decimalzahlen.

(Man sehe §. 139 ꝛc.)

§. 197. Alle ungleich benannten Zahlen, bei welchen die kleineren Gattungen von Einheiten 10 oder 100 oder 1000 mal ꝛc. kleiner sind als die größern Einheiten, können wie Dezimalzahlen geschrieben und behandelt werden; z. B.

Meter, Dezimeter, Centimeter, Millimeter. Warum?
Kilogramm, Hectogramm, Decagramm, Gramm.
Hectoliter, Decaliter, Liter, Deziliter,
Hectaren, Aren, Centiaren,
Kubikmeter, Kubikdezimeter, Kubikcentimeter,
Zentner, Pfund,
Gulden, Sechskreuzerstücke.
Fuß, Decimalzoll, Decimallinien.

§. 198. Um dergleichen Zahlen als Decimalzahlen zu schreiben, schreibt man zuerst die Zahl der Haupteinheiten wie eine ganze Zahl, setzt neben die Einer den Dezimalstrich, und schreibt alsdann die übrigen kleinern Einheiten, als Zehntel oder Hundertel oder Tausendtel ꝛc. daneben. (§. 144)

Man muß hierbei wohl überlegen, ob die kleinern Einheiten Zehntel oder Hundertel oder Tausendtel ꝛc. der Haupteinheit sind.

Die Zehntel kommen an die erste Stelle neben den Dezimalstrich, die einfachen Hundertel an die zweite Stelle, die einfachen Tausendtel an die dritte Stelle und so fort.

Man thut am besten, wenn man die kleinern Einheiten als Zehntel, Hundertel, Tausendel ꝛc. der Haupteinheit zuerst wirklich ausspricht, und sie als dann erst als solche hinschreibt. Z. B.

Wenn man die Meter als Haupteinheiten ansieht, so sind 3 Meter 4 Dezimeter und 5 Centimeter, 3 Meter 4 Zehntelmeter und 5 Hundertelmeter, also $3,^{m}45$.

3 Meter und 45 Centimeter sind:
3 Meter und 45 Hundertelmeter
die einfachen Hundertelmeter kommen am die zweite Stelle, also: $3,^{m}45$ wie vorher.

3 Meter 4 Decimeter 5 Centimeter 6 Millimeter sind:
3 Meter 4 Zehntelmeter 5 Hundertelmeter und 6 Tausendtelmeter, also $3,^{m}456$

3 Meter 45 Centimeter 6 Millimeter sind:
3 Meter 45 Hundertelmeter 6 Tausendelmeter, also $3,^{m}456$; denn die einfachen Hundertel kommen an die zweite Stelle zur Rechten des Decimalstrichs, die einfachen Tausendtel an die dritte.

§. 199. Ehe der Lehrer ungleich benannte Decimalzahlen schreiben läßt, nehme er folgende Uebungen mit den Schülern vor.

A. 1. Wenn man die Meter als Haupteinheiten ansieht,
was sind die Dezimeter? Antw. Zehntelmeter;
" " " Centimeter? " Hundertelmeter;
" " " Millimeter? " Tausendtelmeter.

2) Wenn man die Hektoliter als Haupteinheiten ansieht,

was sind die Decaliter? Antw. Zehntelhektoliter;
= = = Liter? = Hundertelhektoliter;
= = = Deciliter? = Tausendtelhektoliter;
= = = Centiliter? = Zehntausendtelhektoliter

3) Wenn man die Kilogramm als Haupteinheiten ansieht, was sind die Hektogramm? Antw. Zehntelkilogramm;
= = = Dekagramm? = Hundertelkilogramm;
= = = Gramm? = Tausendtelkilogramm;

4) Wenn man die Hektaren als Haupteinheiten ansieht, was sind die Aren? Antw. Hundertelhektaren;
= = = Centiaren? = Zehntausendtelhektaren;
Warum? Antw. Weil 100 Aren auf eine Hektaren gehen und hundert Centiaren auf eine Are, also 10000 Centiaren auf eine Hektare.

5) Wenn man die Quadratmeter als Haupteinheiten ansieht, was sind die Quadratdecimeter? A. Hundertelquadratmeter;
= = = Quadratcentimeter? A. Zehntausendtelquadratmeter.
Warum?

6) Wenn man den Kubikmeter als Haupteinheit ansieht, was sind die Kubikdecimeter? Antw. . . .
= = = Kubikcentimeter? Antw. . . .
Warum?

7) Wenn man die Zentner als Haupteinheiten ansieht; was sind die Pfund? Antw. Hundertelzentner.

8) Wenn man die Gulden als Haupteinheiten ansieht, was sind die Sechskreuzerstücke? Antw. Zehntelgulden.

B. Nachdem diese Fragen recht durchgeübt sind, kehre der Lehrer die Fragen um;

z. B. Was sind Zehntelmeter? Antw. Decimeter; und so fort.

Nachdem alle Fragen auf diese Art umgekehrt worden sind, wiederhole der Lehrer die Fragen in der ersten Ordnung noch ein mal, und frage noch dabei: an welche Stelle kommen also die Decimeter? — an welche Stelle kommen also die Centimeter? ꝛc.

Nun schreibe der Lehrer die Zahlen $5,^{m}47$ und $54,^{K\ gr.}321$ an die Tafel, und lasse sie auf folgende Weise aussprechen:

a.) $5^{met}47$

1te	Weise	5 Meter	4 Zehntelmeter	7	Hundertelmeter
2te	=	5 =	4 Decimeter	7	Centimeter
3te	=	5 =		47	Hundertelmeter
4te	=	5 =		47	Centimeter
5te	=			547	Hundertelmeter
6te	=			547	Centimeter

K. gr.
b.) 54,321

1te	Weise	54 K.gr.	3 Zehntel = K.gr.	2	Hundertel = K.gr.
				1	Tausendtel = K.gr.
2te	=	54 K.gr.	3 H.gr. 2 D.gr.	1	gr.
3te	=	54 K.gr.		321	Tausendtel = K.gr.
4te	=	54 K.gr.		321	gr.
5te	=			54321	Tausendtel = K.gr.
6te	=			54321	gr.

---

§. 200. Bei den 4 Grundrechnungen mit benannten Dezimalzahlen verwandelt man entweder alle höhern Einheiten in Einheiten der kleinsten Gattung, nimmt mit diesen die Addition, Subtraction, Multiplication oder Division vor, und verwandelt, wenn man will, das Resultat wieder in höhere Einheiten, wie oben §. 22 und 191; oder man schreibt die ungleich benannten Zahlen wie Decimalzahlen §. 199 und verfährt damit wie §. 157 gelehrt wurde.

§. 201. Addition.

met.	100	cmet.	10	mmet.		mmet.		
3		04		6	=	3046	oder	$3,^{m}046$
7		98		7	=	7987		7, 987
117		00		4	=	117004		117, 004
35		43		9	=	35439		35, 439
						163476		$163,^{m}476$

K.lit.	H.lit.	lit.		lit.		H.lit.
12	7	05	=	12705	oder	127,05
3	8	57	=	3857	„	38,57
	3	46	=	346	„	3,46
6	9	68	=	6968	„	69,68
				23906		239,06

K.gr.	H.gr.	D.gr.	gr.		gramm		K.gr.
297	0	4	7	=	297047	=	297,047
124	6	5	8	=	124658	=	124,658
83	3	0	2	=	83302	=	83,302
300	0	0	6	=	300006	=	300,006
407	7	9	4	=	407794	=	407,794
					1212807		1212,807

H.ar.	ar.	c.ar		c.ar.		H.ar.
34	57	06	=	345706	=	3457,06
97	00	74	=	970074	=	97,0074
208	72	92	=	2087292	=	208,7292
86	50	48	=	865048	=	86 5048
127	96	67	=	1279667	=	127,9667
				5547787		554,7787

Q.met.	100	Q.d.met.	100	Q.c.met.		Q.c.met.		Q.met.
72		37		04	=	723704	=	72,3704
348		00		45	=	3480045	=	348,0045
83		48		77	=	834877	=	83,4877
59		23		00	=	592300	=	59,2300
1037		83		94	=	10378394	=	1037,8394
						16009320		1600,9320

K.met.	1000	K.d.met.	1000	K.c.met.		K.c.met.		K.met.
13		436		045	=	13436045	=	13,436045
324		083		462	=	324083462	=	324,083462
076		094		782	=	76094782	=	76,094782
89		745		397	=	89745397	=	89,745397
925		700		003	=	925700003	=	925,700003
						2229059689		2229,059689

fl.	kr.		fl.	Fuß	Dez.Zoll		Fuß.
27	36	=	27,6	107	8	=	107,8
48	24	=	48,4	86	4	=	86,4
17	18	=	17,3	238	3	=	238,3
39	30	=	39,5	94	7	=	94,7
40	54	=	40,9	168	6	=	168,6
			173 7				715,8

Mehrere Beispiele zur Uebung findet man §. 226 a, b, c, d, f, i, k.

§. 202. Subtraction.

(Man sehe §. 160.)

Beispiele:

met. $_{100}$	c.met. $_{10}$	m.met.		m.met.		met.
136	47	6	=	163476	=	163,476
7	98	7	=	7987	=	7,987
		Rest.....		155489		155,489

d. i. 155 Meter 48 Centimeter und 9 Millimeter.

H.lit.	K.gr.	Hectar,
239,06	1212,807	525,7787
69,68	407,794	127,9667
169,38	805,013	426,8120

Q.met.	K.met.
1600,9320	2229,059689
1037,8394	925,700003
563,0926	1303,359686

fl.	kr.		fl.	Fuß.	Dez.Zoll		Fuß
173	42	=	173,7	715	8	=	715,8
40	54	=	40,9	168	6	=	168,6
			136,8				547,2

§. 203. Multiplication.

(Man sehe §. 168.)

Beispiele:

met. $_{100}$	c.met. $_{10}$	m.met.		m.met		
35	43	9	=	35439	=	35m439
				24		24
				141756		141756
				70878		70878
				850536 Millim.		850m536

In Beziehung auf die Stelle des Strichs ist zu bemerken, daß derselbe im Produkt eben so viele Ziffern zur Rechten neben sich haben muß als im Multiplicanden; denn das Produkt besteht immer aus denselben Einheiten, wie der Multiplikand. Sind daher im Multipli-

fanden die kleinsten Einheiten Millimeter, so müssen auch im Produkt die kleinsten Einheiten Millimeter seyn. §. 168.

```
 K.gr.          H.lit.           H.ar.
  83,302         78,04          34,0006
      48            17             3000
 -------        ------      -----------
  666416         54628      102001,8000
 333208          7804
 -------        ------
3998,496        1326,68

     Q.met.              K.met.
    72,3704            13,436045
        120                  112
   --------          -----------
   14474080             26872090
    723704             13436045
  ----------          13436045
  8684,4480          -----------
                     1504,837040
```

§. 204. Division.

(Man sehe §. 173.)

Beispiele:

```
met. c.met. m.met. m.met.
850   53     6 = 850536 : 24 = 850m536 | 24
                                72      |35m439
                                ---
                                130
                                120
                                 ---
                                 105
                                  96
                                  ---
                                   93
                                   72
                                   ---
                                   216
                                   216
                                   ---
                                     0
```

§. 205. Wenn man mit den ganzen Metern fertig ist, so setzt man in den Quotienten den Dezimalstrich, welcher die ganzen Meter von den kleinern Einheiten trennt. §. 173.

K.gr.
3998,496 | 48
83,K.gr.302

H.lit.
1326,68 | 17
78,04

H.ar.
102!001,8 | 3|000
34,0006

Q.met.
868|4,448 | 12|0
72,3704

K.met.
1504,837040 | 112
13,436045

§. 206. Bleibt ein Rest übrig, so hängt man demselben eine Null an und dividirt weiter. §. 174.

H.lit.
27 | 4
24 | 6,75
30
28
20

met.
237,000 | 8
7524 | 29,625

met.
240,00 | 7
3264 | 34,28

Noch mehrere Beispiele zur Uebung findet man unter §. 232.

---

§. 107. Verwandlung der Kreuzer in Dezimaltheile des Gulden und umgekehrt.

1 Sechser oder 6 kr. ist ein Zehntelgulden oder 0, 1 fl. so viele Sechser, so viele Zehntelgulden, und umgekehrt.

Wie schreibt man daher in Dezimalzahlen folgende Zahlen:

6 kr.?	Antw.	0,1 fl.	wie	2 fl. 24 kr.?	A. 2,4 fl.
12 kr.?	=	0,2 fl.		2 fl. 42 kr.	= 2,7 fl.
18 kr.?	=	0,3 fl.		5 fl. 30 kr.	= 5,5 fl.
24 kr.?	=	0,4 fl.		10 fl. 18 kr.	= 10,3 fl.
30 kr.?	=	0,5 fl.		20 fl. 12 kr.	= 20,2 fl.
36 kr.?	=	0,6 fl.		41 fl. 36 kr.	= 41,6 fl.
42 kr.?	=	0,7 fl.		5 fl. 24 kr.	= 5,4 fl.
48 kr.?	=	0,8 fl.		10 fl. 48 kr.	= 10,8 fl.
54 kr.?	=	0,9 fl.		13 fl. 54 kr.	= 13,9 fl.

Wie viele Gulden und Kreuzer sind folgende Dezimalzahlen?
2,4 fl. 2,7 fl. 19,3 fl. 12,8 fl. 17,5 fl. 20,6 fl. 24,9 fl. 100,1 fl.

*§. 208. Wenn außer den Zehntelgulden auch noch Hundertelgulden vorkommen, so multiplizirt man die Hundertel und Zehntel mit 6, schreibt aber nur die Zehner des Produkts als ganze Kreutzer hin, z. B. bei der Verwandlung von 5,^{fl}87 sagt man, 6 mal 7 sind 42, 6 mal 8 sind 48 und 4 im Sinn sind 52 kr. Nur diese 52 kr. schreibt man aus;

5,87 fl.	= 5 fl. 52 kr.	2,42 fl.	= 2 fl. 25 kr.
4,34	= 4 fl. 20 kr.	8,62	= 8 fl. 37 kr.

* §. 209. 1 Kreuzer in Dezimaltheile des Gulden verwandelt gibt 0,0166...
2 Kreuzer 0,0333...

* §. 210. Will man den Werth des Dezimalbruchs ganz genau haben, so multiplizirt man denselben mit 60 z. B.

$$5,2375 \text{ fl.} = 5 \text{ fl.} + 0,2375 = 5 \text{ fl. } 14. \text{ kr. } 1 \text{ Pf.}$$
$$\frac{60}{14,2500} = 14 \text{ kr.} + 0,250 \text{ kr.}$$

* §. 211. Die Dezimalen der Kreuzer mit 4 multiplizirt gibt Pfennig

$$0,250 \times 4 = 1 \text{ Pfennig.}$$

Wie viele Gulden, Kreuzer und Pfennig sind folgende Dezimalzahlen?

fl.		fl.	kr.	Pf.	fl.		fl.	kr.	Pf.
0,25	? A.	—	15	—	24,234	? A.	24	14	0
2,47	? A.	2	28	1	36,345	? A.	36	20	3
5,88	? A.	5	52	3	48,567	? A.	48	34	0
10,74	? A.	10	44	3	60,789	? A.	60	47	1

Verwandlung der Pfund, Loth und Quentchen in K.gr. und umgekehrt.

* §. 212. Um Pfund und Loth in Kilogramm zu verwandeln, verwandelt man die Loth zuerst in Zehntel- und Hundertel-Pfund durch Division mit 32 und dividirt alsdann die erhaltene Dezimalzahl der Pfunde noch mit 2.

* §. 213. Wenn man die Quantität nur auf 1 Loth genau haben will, so dividirt man nur bis auf Hundertel.

Z. B. 45 ℔ 17 L. = 45,℔53 = 22,K.gr.76.

* §. 214. Man kann auch folgendes Täfelchen benutzen:

30 Loth =	0,469	K.gr.	4 Quentchen =	0,016	K.gr.
20	0,313	=	3 =	0,012	=
10	0,156	=	2 =	0,008	=
9	0,141	=	1 =	0,004	=
8	0,125	=			
7	0,109	=			
6	0,094	=	Beispiel.	K.gr.	
5	0,078	=	31 ℔ =	15,500	
4	0,063	=	10 L. =	0,156	
3	0,047	=	7 L. =	0,109	
2	0,031	=	3 Q. =	0,012	
1	0,016		31 ℔ 17 L. 3 Q. =	15,K.gr.777.	

* §. 215. Um Kilogramm in Pfund und Loth zu verwandeln, multiplizirt man die Dezimalzahl zuerst mit 2. Die Zahl vor dem Dezmalstrich besteht alsdann aus ganzen Pfunden. Den Dezimalbruch multiplizirt man noch besonders mit 32, wodurch man Loth erhält. Der Dezimalbruch der Loth mit 4 multiplizirt gibt Quentchen. Z. B.:

```
13,793 Kgr.
      2
27,586 = 27 ℔ 18 Loth 3 Quentchen
    32
  1172
 1758
18,752 L.
      4
 3,008 Q.
```

Beispiele über die Grundrechnungen mit ungleichbenannten Zahlen.

§. 216. A. Zur Addition und Multiplikation.

		fl.	kr.		fl.	kr.
a.) Wenn	½ Elle	1	20	kostet, was kostet die Elle? A.	2	40
"	¼ Elle	1	45		7	—
"	¼ Elle	1	48		7	12
"	⅛ Elle		12 kr. 3 Pf.		1	42
"	$\frac{1}{16}$ Elle		57 " 3 "		15	24

b.) Was kostet ein Hektoliter,

			fl.	kr.		fl.	kr.
wenn ¼ Hektoliter oder	1	Viernsel Korn	1	19	kostet? A.	5	16
" ⅛ "	1	Simm. Waizen		53		7	04
" $\frac{1}{16}$ "	½	Simmern Reps		44		11	44
" $\frac{1}{32}$ "	1	Vierl. Maagsamen		23		12	16

c.) Rechnung über Eisenwaaren.

				fl.	kr.
7	K.gr. Eisendrath der K.gr. zu .	35	kr. kosten	4	5
5	K.gr. Stahl deutscher	40	" "	3	20
12	K.gr. Gußeisen (4 Häfen) . .	12	" "	2	24
87	K.gr. " (Ofen) . . .	11	" "	15	57
40	K.gr. gewalztes Blech	28	" "	18	40
37	K.gr. Stabeisen	26	" "	16	02
	zusammen			60	28

d.) Wie viel betragen folgende Münzen?

			fl.	kr.		fl.	kr.
14	Marx'dor	zu	7	20	Antw.	102	40
11	20Frankenstücke	"	9	20	"	102	40
18	Ducaten	"	5	30	"	99	—
9	Guineen	"	12	14	"	110	03
58	Thaler	"	1	44	"	100	32
46	Rubel	"	2	10	"	100	26
40	Piaster	"	2	30	"	100	—
41	Dollar	"	2	25	"	99	05
			zusammen			814	26

Wenn ein Morgen oder $\frac{1}{4}$ Hektare Korn zu schneiden 1 fl. 32 kr. 3 Pf. kostet, was kosten 4 Morg. oder 1 Hektare? Antw. 6 fl. 8 kr.
was kosten 28 Morg. oder 7 Hektar.? Antw. 42 fl. 56 kr.

Ein Morgen oder $\frac{1}{4}$ Hektare Wiese zu mähen kostet 30 kr.
was kosten 4 Morgen oder 1 Hektare? Antw. 2 fl.
was kosten 13 Hektaren? Antw. 26 fl.

§. 217. B. Zur Division.

Wenn ein Rieß Schreibpapier 4 fl. kostet, was kostet 1 Buch? Antw. 12 kr. Was kostet der Bogen? Antw. 2 Pf.

Wenn man für 1 fl. 40 kr. einen Ballen Druckpapier bekommt, wie viele Bogen bekommt man für 1 kr.? Antw. 5.

Wenn jemand 1000 fl. jährliche Einkünfte hat, wie viel kann derselbe Tag für Tag ausgeben? Antw. 2 fl. 44 kr. $\frac{28}{73}$

Wenn der Hektoliter Wein 10 fl. gilt, was kostet 1 Liter? Antw. 6 kr.

8 Kinder haben 1 Louisd'or zu theilen, wie viel bekommt jedes? A. 1 fl. 22½ kr.

Wenn 100 ℔ 32 fl. kosten, wie viel bekommt man für 1 fl.? A. 3 ℔, 4 Loth.

Wenn 6 Geschwister 7381 fl. erben, wie viel bekommt jedes? A. 1230 fl. 10 kr.

Man sehe auch die folgenden Beispiele §. 218 und 219.

Vortheile bei der Multiplikation und Division von ungleichbenannten Zahlen.

§. 218. Wenn man Gulden und Kreuzer mit $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ zu multiplizieren oder mit 2, 3, 4, 5, 6, 10 zu dividiren hat, so dividirt man zuerst die Gulden und nachher die Kreuzer und addirt beide Quotienten. Z. B.:

Um den 4ten Theil von 11 fl. 40 kr. zu erhalten, sagt man:

Der 4te Theil von 11 fl. ist $2\frac{3}{4}$ fl. oder	2 fl. 45 kr.
Der 4te Theil von 40 kr. ist	10 kr.
zusammen	2 fl. 55 kr.

Um den 6ten Theil von 23 fl. 45 kr. zu erhalten, sagt man:

Der 6te Theil von 23 fl. ist $3\frac{5}{6}$ fl. oder	3 fl. 50 kr.
Der 6te Theil von 45 kr. ist	$7\frac{1}{2}$ kr.
zusammen	3 fl. $57\frac{1}{2}$ kr.

Zur Uebung.

fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.
2 30:2 =	1 15	10 20:4 =	2 35	10 21:3 =	3 27
3 40:2 =	1 50	9 12:4 =	2 18	14 48:3 =	4 56
5 27:2 =	2 $43\frac{1}{2}$	11 38:4 =	2 54	28 54:3 =	9 38
14 40:5 =	2 20	43 48:6 =	7 18	78 20:10 =	7 50
18 20:5 =	3 40	34 24:6 =	5 44	83 45:10 =	8 $22\frac{1}{2}$
39 55:5 =	7 59	53 33:6 =	8 $55\frac{1}{2}$	95 55:10 =	9 $35\frac{1}{2}$

§. 219. Um den 8ten Theil zu nehmen, sucht man zuerst die Hälfte und nimmt alsdann von der Hälfte den 4ten Theil ꝛc. Z. B.:

34 fl. 26 kr. : 8 = 4 fl. $18\frac{1}{4}$ kr.
denn 34 fl. 26 kr.:2 = 17 fl. 13 kr, und 17 fl. 13 : 4 = 4 fl. $18\frac{1}{4}$ kr.

fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.	fl. kr.
13 30:8 =	1 $41\frac{1}{4}$	19 12:16 =	1 12	37 18:24 =	1 $33\frac{1}{4}$
11 50:8 =	1 $28\frac{3}{4}$	37 20:16 =	2 20	75 42:24 =	3 $9\frac{1}{4}$
15 10:8 =	1 $53\frac{3}{4}$	39 32:16 =	2 $28\frac{1}{4}$		

§. 220. Wenn man mit $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{16}$, ꝛc. zu multipliziren hat, so zerlege man einen solchen Bruch in zwey oder drei andere die zum Zähler 1 haben und verfahre alsdann, wie oben.

$\frac{3}{8}$ zerlegt man in $\frac{2}{8}$ und $\frac{1}{8}$ oder in $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$;
$\frac{7}{8}$ zerlegt man in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{8}$
oder man zieht den 8ten Theil vom Ganzen ab.

a.) Man soll $\frac{3}{4}$ von 37 fl. 42 kr. nehmen.
$\frac{1}{2}$ = 18 fl. 51 kr.
$\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$ = 9 fl. $25\frac{1}{2}$ kr.
also $\frac{3}{4}$ = 28 fl. $16\frac{1}{2}$ kr.

b.) Man soll $\frac{13}{16}$ von 59 fl. 48 kr. nehmen.
$\frac{8}{16}$ = $\frac{1}{2}$ = 29 fl. 54 kr.
$\frac{4}{16}$ = $\frac{1}{4}$ = 44 fl. 57 kr.
$\frac{1}{16}$ = 3 fl. $14\frac{1}{4}$ kr.
48 fl. $35\frac{1}{4}$ kr.

Zur Uebung.

fl. kr.		fl. kr.	fl. kr.		fl. kr.
1 24	× $\frac{3}{4}$ =	1 03	6 40	× $\frac{5}{16}$ =	2 05
2 22	× $\frac{3}{4}$ =	1 $46\frac{1}{2}$	9 33	× $\frac{7}{12}$ =	5 $34\frac{1}{4}$
5 26	× $\frac{3}{8}$ =	2 $2\frac{1}{4}$	25 40	× $\frac{11}{16}$ =	17 $38\frac{3}{4}$

§. 221. Wenn man ungleichbenannte Zahlen mit einer gemischten Zahl zu multipliziren hat, so multiplizire man zuerst mit der ganzen Zahl nach §. 194. und nachher noch besonders mit dem Bruche, wie in den vorhergehenden Beispielen.

$37\frac{1}{2}$ ℔ zu 14 kr. beträgt 8 fl. 45 kr.
$5\frac{3}{4}$ Ellen zu 3 fl. 12 kr. beträgt 18 fl. 24 kr.
21 H.lit. und 5 Simmern oder $21\frac{5}{8}$ H.lit. zu 7 fl. 48 kr. betragen 168 fl. $40\frac{1}{2}$ kr.

* §. 222. Um ungleichbenannte Zahlen mit ungleichbenannten zu multipliziren, betrachtet man, wie in dem letzten Beispiel, die kleinern Einheiten des Multiplikators als

Brüche der höhern Einheiten und verfährt wie im vorigen §.

* §. 223. Um ungleichbenannte Zahlen mit ungleibenannten derselben Art zu dividiren, verwandelt man beide in Einheiten von gleicher Benennung.

Wenn 1 Kilogr. 3 fl. 45 kr. kostet. Wie viele Kilogr. erhält man für 11 fl. 45 kr.? Antw. 3 Kilogr.

Wie viele Kronenthaler sind 105 fl. 18 kr.? A. 39.

* §. 224. Gemischte Zahlen dividirt man wie uneigentliche Brüche §. 134.

Beispiele über die 4 Grundrechnungen mit Dezimalzahlen.

§. 226. A. Zur Addition und Multiplication (§. 201.)

* a) Wie viel betragen folgende Münzen:

			kr.	fl.		fl.		fl.	kr.
361	Sechskreuzerstücke zu		6 =	0,1 ?	A.	36,1 =		36.	06
274	Dreibätzner	„	12 =	0,2 ?	A.	54,8 =		54.	48
235	Sechsbätzner	„	24 =	0,4 ?	A.	94,0 =		94.	00
187	Konventionsthaler	„ 2 fl.	24 =	2,4 ?	A.	448,8 =		448.	48
259	Kronenthaler	„ 2 fl.	42 =	2,7 ?	A.	699,3 =		699.	18
83	Ducaten	„ 5	30 =	5,5 ?	A.	456,5 =		456.	30
			zusammen			1779,5 =		1779.	30

	b) Wie lang sind		met.		met.
24	Gitterstangen jede zu		1,91 ?	A.	45,84
36	dergl.	„	2,14 ?	A.	77,04
120	Dachsparren	„	7,38 ?	A.	885,60
140	Diehlen	„	4,27 ?	A.	597,80
7	Stück Tapeten	„	9,16 ?	A.	64,12

	c) Wie viel enthalten		lit.		lit.
5743	Flaschen jede zu		0,8 ?	A.	4594,4
7813	Flaschen		0,9 ?	A.	7031,7
168	Fäßchen	„	36,2 ?	A.	2461,6
54	Fäßchen	„	88,8 ?	A.	4795,2
37	Fässer	„	150,1 ?	A.	5553,7
25	Fässer	„	210,5 ?	A.	5262,5
			zusammen		29699,1

d) Wie viel wiegen

			gr.	gr.		Kgr.
260	Dreibätzner zu		3,900 ? A.	1014,000	=	1,014
300	Sechsbätzner zu		6,680 ? A.	2004 000	=	2 004
250	Konventionsth. zu		28,064 ? A.	7016 000	=	7,016
340	Kronenthaler zu		29.616 ? A.	10069,440	=	10 069
300	Ducaten zu		3,463 ? A.	1040,400	=	1,040
		zusammen		21143 840	=	21,143

* e.)

K.met.		K.gr.		K.gr.		m.Zt.
2,250	Sandstein zu	2200	wiegen	4950	=	49,50
1,325	Gußeisen „	7200	„	9540	=	95,40
48,700	Steinkohlen	1500	„	73050	=	730,50
52,800	trockner Sand	1600	„	84480	=	844,80

* f. Rechnung über Wein.

H.lit.				fl.		fl.	kr.
40,35	Forster der H.lit.	zu 120	kosten	4842,0	=	4842	—
68,25	Deidesheimer	zu 90	„	6142 5	=	6142	30
73,80	Dürkheimer	zu 53	„	3911,4	=	3911	24
84,52	Ungsteiner	zu 65	„	5493 8	=	5493	48
125,40	Rupertsberger	zu 100	„	12540.0	=	12540	—
	zusammen			32929,7	=	32929	42

g.)

				K.gr.		K.gr.
100	lit.	Regenwasser der Lit.	zu	1,000	wiegen	100,000
100	„	Brunnenwasser	„	1 008	„	100,800
100	„	Rheinwein	„	0.999	„	99 900
340	„	Weinessig	„	1,005	„	341,700
438	„	Leinöl	„	0,940	„	411 720
564	„	geläutertes Repsöl	„	0,925	„	521.700
725	„	Magsamenöl	„	0.928	„	672,800

§. 227. Beispiele zu §. 169 und 170.

* a.)

			K.gr.		K gr.		gr.
40,80	Kub. Dezim. (Liter)	Roheisen zu	7,200		293,760		
20,56	„	geschmiedetes Eisen	7,700		158,312		
31,420	„	geschmiedetes Kupfer	8,900		279 638		
7,38	„	engl. Zinn	7,300	wiegen	53,874		
14 800	„	Blei	11,400		168.720		
0,001	„	Silber	13 600		0,0136	=	13 6
0,010	„	Gold	19,258		0,19258	=	192.58

* b.) Geschmiedetes Stabeisen.

met.				K.gr.		K.gr.
45.84 von	$\frac{0.01}{0.01}$	Stärke den Meter	zu	0.77	wiegen	35,3
54.23 von	$\frac{0.01}{0.02}$	"	"	1,54	"	83,5
68.11 von	$\frac{0.01}{0.03}$	"	"	2,31	"	157,3
77,04 von	$\frac{0.02}{0.02}$	"	"	3.08	"	237.3
				zusammen		513,4

Den Kilogramm zu 26 kr. beträgt 222 fl. 28 kr.

*c.) Gußeisen.

met.				K.gr.		
120,40 von	$\frac{0.01}{0,01}$	Stärke den Meter	zu	0,72	wiegen	86,7
51,21 von	$\frac{0.02}{0.03}$	"	"	4,32	"	221,2
20,72 von	$\frac{0.04}{0.04}$	"	"	11,52	"	230,0
32.33 von	$\frac{0.02}{0.05}$	"	"	7,20	"	240,0
						777,9

Der Kilogramm zu 11 kr. beträgt 142 fl. 37 kr.

NB. In diesen Berechnungen wurden im Resultat die Hundertel-Kilogramm als unbedeutend weggelassen, die Zehntel-Kilogramm aber um 1 vermehrt, wenn 5 oder mehr Hundertel weggelassen wurden.

§. 228. Um ungleichbenannte Zahlen mit Dezimalzahlen zu multipliciren, verwandle man entweder die höhern Einheiten des Multiplicanden in Einheiten der kleinsten vorkommenden Gattung, oder man verwandle die kleinern Einheiten in Dezimalbrüche.

* a.) Rechnung über Kupfer- Messing- und Zinnwaaren.

K.gr.			fl.	kr.		fl.	kr.
4,20	Stangenblei	zu	—	18	kosten	1	16
8,70	Tafelblei	"	—	22	"	3	11
12,42	schwarzes Kupferblech	"	1	44	"	21	32
7,14	Stangenkupfer	"	1	40	"	11	54
2,53	Kupferdrath	"	2	—	"	5	04
13,25	dünnes gelbes Messingblech	"	2	08	"	28	16
4,15	Messingdrath	"	2	02	"	8	26
20,42	engl. Blockzinn	"	1	36	"	32	40
15,35	engl. Zinn mit Façon	"	1	42	"	26	6
22 33	Probzinn " "	"	1	18	"	29	2
1,52	kupferner Theekessel	"	4	6	"	6	14
2,03	türkisch Bundform	"	5	24	"	10	58
					Summe	184	39

* b.) Rechnung über Flüssigkeiten.

H.lit.			fl.	kr.		fl.	kr.
3,40	Repsöl den Hektoliter	zu	12	40	beträgt	43	04
10,31	Essig	"	5	20	"	21	39
21,52	Brandwein	"	6	24	"	51	38
4,26	geläutertes Oel	"	14	10	"	60	21
1,18	Leinöl	"	15	48	"	16	59
3,05	Thran	"	15	20	"	46	46
					Summe	240	27

*c.) Zent.	℔		Zent.			fl.	kr.		fl.	kr.
20	30	=	2 30	Schweizerkäse	zu	28	36	beträgt	65	47
0	46	=	0,46	Edamerkäse	"	34	45		15	59
1	40	=	1,40	Leim	"	40	—		56	—
4	60	=	4,60	Provenzer-Oel	"	65	27		301	04
3	71	=	3,71	Pech, gelbes	"	9	45		36	—
5	22	=	5,22	Zucker	"	24	30		127	53
4	35	=	4,35	Kaffee	"	36	40		159	30
								Summe	762	13

NB. In diesen Beispielen wurden die Zehntelkreuzer weggelassen, 5 oder mehr Zehntel aber für einen ganzen Kreutzer gerechnet.

	met. Zent.			fl.	kr.		fl.	kr.
* d.)	10,50	feinen Hanf den met. Zent.	zu	20	36	kosten	216	18
	12,25	gröbern "	"	14	18	"	175	10
	21,40	Tabak, beste Sorte	"	8	12	"	175	29
	28,60	Tabak, mittlere Sorte	"	6	24	"	183	02
	15,10	Tabak, geringste "	"	3	48	"	57	23
	0,43	Kleesamen	"	32	30	"	13	58
	3,15	Flachs	"	30	54	"	97	20
						Summe	918	40

* §. 229. Um einen gemeinen Bruch oder eine gemischte Zahl mit einer Dezimalzahl zu multipliciren, verwandle man den gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch. §. 182.

* §. 230. Um eine Dezimalzahl mit einem gemeinen Bruche zu multiplizirer, verwandle man den gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch. §. 182.

* §. 231. Um eine Dezimalzahl mit einer ungleichbenannten Zahl zu multipliziren, verwandle man die kleinern Einheiten in Dezimaltheile der höhern und verfahre wie bisher.

§. 232. Beispiele zur Division der Dezimalzahlen §. 204.

Wenn 4 Brüder ein Stück Feld von 147 Aren unter sich zu theilen haben, wie viele Aren und Centiaren bekommt jeder? A. 36 Aren und 75 Centiaren.

In 12 Fässern von gleicher Größe liegen 63 Hektoliter Wein, wie viel liegt in jedem Faß? A. 5 Hektoliter und 25 Liter.

Wenn ein Acker von 347 met. Breite in 3 gleiche Theile getheilt wird, wie breit wird jedes Stück? A. 115,met. 66. . . .

15 Säcke Salz wiegen 3546 K.gr. wie viel wiegt jeder Sack? A. 236,K.gr. 4.

10 Dreibätzner wiegen 39 gr. wie viel wiegt 1 Dreibätzner? A. 3,9 gr.

3 Sechsbätzner wiegen 20 gr. wie viel wiegt 1 Sechsbätzner? A.6,66. . gr.

13 Kronenthaler wiegen 385 gr. wie viel wiegt 1 Kronenthaler? A. 29,615 gr.

* 24 baier. Fuß sind 7 Meter wie viel ist 1 baier. Fuß? A. nahe 0,m292 Meter.

* 44 Tagwerke sind 15 Hektaren wie viel ist 1 Tagwerk? Antw. nahe 0,3410 Hektaren.

* 2 ℔ sind 1 K.gr. wie viel ist 1 Loth? A. 0.015825 K.gr. oder nahe 0,016 das ist nahe 16 Gramm. Wie viel ist 1 Quentchen? A. nahe 4 Gramm.

§. 233. Beispiele zu §. 177 rc.

* a.) Wie oft sind 2,^{met}25 in 00,$^{met.}$25 enthalten? A. 5mal
" " 3,$^{K.gr.}$245 in 38,$^{K.gr.}$940 enthalten? A. 12mal.

Wie oft sind 4,$^{lit.}$25 in 102$^{lit.}$ enthalten? A. 24mal.
" " 5,$^{ar.}$27 in 52,$^{ar.}$7 " ? A. 10mal.

* b.) Wie viele Stäbe von 1,$^{met.}$91 Länge gehen auf 68,^{m}76? A. 36.

Wie viele Stäbe von 2,$^{met.}$14 Länge gehen auf 89,$^{met.}$88? A. 42.

* c.) Ein baierischer Fuß ist 0,$^{met.}$292; wie viele baier. Fuß
gehen auf 10,$^{met.}$220 Antw. 35
wie viele auf 40,$^{met.}$00 Antw. 137.

* d.) Ein Dreibätzner wiegt 3,^{gr}9 wie viele gehen auf einen K.gr.? Ant. 251 Stück.

* Wenn Ein Sechsbätzner 6,$^{gr.}$67 wiegt, wie viele gehen auf einen Kilogramm? Antw. nahe 150 Stück.

* Ein Kronenthaler wiegt 29,$^{gr.}$616, wie viele gehen auf 2,$^{K.gr.}$695? A. 91 Stück.

* e.) Wie viele Flaschen braucht man

zu	100 Liter	wenn	jede	0,$^{lit.}$5	hält?	A. 200
"	100	"	"	0, 8	"	A. 125
"	45	"	"	0, 9	"	A. 50
"	30	"	"	0, 75	"	A. 40
"	18	"	"	0, 25	"	A. 72

* f.) Wie viele Säcke braucht man

zu	30H.lit.	wenn	jeder	Sack	1,25H.lit.	hält;	A. 24	Säcke
"	45	"	"	"	1,20	"	A. 54	"
"	33,75	"	"	"	1,25	"	A. 27	"

* g.) Wie viele Fässer von 2,$^{H.lit.}$37 Inhalt braucht man zu 16,$^{H.lit.}$59? A. 7.

Wie viele Fässer von 4,$^{H.lit.}$20 Inhalt braucht man zu 54,$^{H.lit.}$73? A. 13.

* h.) 2,7 fl. oder 1 Kronenthaler wiegt 29,$^{gr.}$616, was wiegt 1 fl. in Kronenthalern? A. 10,$^{gr.}$969

* 0,4 fl. oder 1 Sechsbätzner wiegt 6,$^{gr.}$680, was wiegt 1 fl. in Sechsbätznern? A. 16,$^{gr.}$700

* 1 Dukate zu 5,5 fl. wiegt 3,$^{gr.}$468, was wiegt 1 fl. in Dukaten? A. 0,$^{gr.}$630

* 1 Zechine reines Gold zu 5,6 fl. wiegt 3,$^{gr.}$487, was wiegt 1 fl. in reinem Golde? A. 0,$^{gr.}$623.

	fl.	kr.		fl.	kr.	
* i.) Wie viele Kronenthaler zu	2	42	sind	702	—	A. 260
" " Konventionsth. zu	2	24	"	446	24	A. 186
" " Dukaten zu	5	30	"	566	30	A. 103
" " Sechsbätzner			"	95	12	A. 238

* k.) Wie viele einfache Diehlen von 0,$^{met.}$26 Breite gehen neben einander in ein Zimmer, welches 13,$^{met.}$26 breit ist? Antw. 1301.

* Wie viele Küchenplättchen von 0,$^{met.}$30 Breite gehen auf eine Breite von 5,$^{met.}$1? A. 18.

* Wie viele Küchenplättchen von 0,$^{met.}$35 Länge gehen auf eine Länge von 6,$^{met.}$30? A. 18.

* Eine Tapete ist 48 Centimeter breit. Wie viele Breiten gehen neben einander in ein Zimmer, dessen 4 Wände zusammen 20,$^{met.}$16 breit sind? A. 42.

* §. 234. Um ungleichbenannte Zahlen mit einer Dezimalzahl zu dividiren, verwandelt man den Dividenden in Einheiten der kleinsten Gattung.

* a.) Was kostet die Are,

		Aren	fl.	kr.			fl.	kr.
wenn ein Weinberg	von	37,24	778	12	kostet ?	A.	20	54
wenn ein Acker	von	83.15	634	37	" ?	A.	7	38
wenn eine Wiese	von	112,40	400	—	" ?	A.	3	33

* b.) Was kostet Ein Hektoliter,

	H.lit.		fl.	kr.			fl.	kr.
wenn	5,23	Mohnöl	70	—	kosten ?	A.	13	23
wenn	22,34	Essig	127	20	" ?	A.	5	42
wenn	15,42	Brandwein	153	40	" ?	A.	9	58

* c.) Was kostet der Kilogramm,

	K.gr.		fl.	kr.			kr.
wenn	54,1	Stabeisen	25	32	kosten ?	A.	28,3
wenn	162,5	Roheisen	30	—	" ?	A.	11,0
wenn	21,65	Zucker	15	30	" ?	A.	42
wenn	19,05	Kaffee	16	24	" ?	A.	51,6

* d.) Was kostet Ein □Meter,

	□met.		fl.	kr.			fl.	kr.
wenn	20,42	Kuperblech	161	40	kosten ?	A.	7	55
wenn	35,35	Eisenblech	75	50	" ?	A.	2	—

* e.) Was kostet der Kubikmeter,

	K.met.		fl.	kr.			fl.	kr.
wenn	40,325	Mauerwerk	290	24	kosten ?	A.	7	—
wenn	149,082	Bauholz	845	30	" ?	A.	5	—

* §. 235. **Um einen gemeinen Bruch oder eine gemischte Zahl mit einer Dezimalzahl zu dividiren, verwandelt man den gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch.**

VII. Abtheilung.

Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel und Berechnung rechtwinklicher Flächen und Körper.

Ausziehung der Quadratwurzel.

* §. 236. Die Quadratwurzel aus 36 ist eine Zahl, die mit sich multiplizirt 36 gibt. Die Quadratwurzel aus 36 ist also 6. 36 nennt man das Quadrat von 6. Aus 49 ist die Quadratwurzel 7

aus 81 " " 9.

Die Quadratwurzel von 70 liegt zwischen 8 und 9, denn 8 gibt 64 und 9 gibt 81.

* §. 237. Die Quadratwurzel aus irgend einer Zahl kann man durch Probiren auf folgende Weise leicht finden. Z. B.:

a.) Es soll eine Zahl gesucht werden, die mit sich multiplizirt 3249 gibt.

Die gesuchte Zahl liegt zwischen 50 und 60

denn 50 × 50 = 2300 ist um 749 zu klein

60 × 60 = 3600 " " 351 zu groß.

Aus den Unterschieden 749 urd 351 sieht man auch, daß die gesuchte Zahl näher an 60 liegt als an 50. Man probirt daher 56 oder 57. Wenn man 57 mit sich multiplizirt, so

findet findet man genau 3249. 57 ist daher die verlangte Zahl.

b.) Welche Zahl gibt mit sich multiplizirt 53361?

Die gesuchte Zahl liegt zwischen 200 und 300
denn 200 × 200 = 40000 ist um 13361 zu klein
300 × 300 = 90000 ist um 36639 zu groß.

Aus den Unterschieden sieht man, daß die gesuchte Zahl näher an 200 als 300 liegt.

230 × 230 = 52900 ist um 461 zu klein
240 × 240 = 57600 ist um 4239 zu groß.

Aus den Unterschieden sieht man, daß die gesuchte Zahl viel näher an 230 liegt, als an 240. Versucht man 231, so findet man genau 53361.

c.) Welche Zahl gibt mit sich multiplizirt 12?

Die gesuchte Zahl liegt zwischen 3 und 4
denn 3 × 3 = 9 ist um 3 zu klein
4 × 4 = 16 ist um 4 zu groß.

Aus den Unterschieden sieht man, daß die gesuchte Zahl etwas näher an 3 als an 4 liegt.

3,4 × 3,4 = 11,56 ist um 0,44 zu klein
3,5 × 3,5 = 12,25 ist um 0,25 zu groß,

Die Zahl liegt also zwischen 3,4 und 3,5 und zwar etwas näher an 3,5 als an 3,4.

3,46 × 3,46 = 11,9716 ist um 0,0284 zu klein
3,47 × 3,47 = 12,0409 ist um 0,0409 zu groß.

d.) Eine Zahl suchen, die mit sich multiplizirt 71,06 gibt

Die gesuchte Zahl liegt zwischen 8 und 9
denn 8 × 8 = 64 ist um 7,06 zu klein
9 × 9 = 81 „ „ 9,94 zu groß.

Die Unterschiede zeigen, daß die gesuchte Zahl näher an 8 als an 9 liegt.

8,4 × 8,4 = 70,56 ist um 0,50 zu klein
8,5 × 8,5 = 72,25 ist um 1,19 zu groß.

Die Unterschiede zeigen, daß die gesuchte Zahl merklich näher an 8,4 als an 8,5 liegt.

8,43 × 8,43 = 71,0649 ist um 0,0049 zu groß
8,42 × 8,42 = 70,8960 ist um 0,1636 zu klein.

Die Unterschiede zeigen, daß die Zahl nahe 8,43 ist.

e.) Welche Zahl gibt mit sich multiplizirt 0,0032

0,05 × 0,05 gibt 0,0025 um 0,0007 zu klein
0,06 × 0,06 „ 0,0036 „ 0,0004 zu groß.

0,057 × 0,057 gibt 0,003249 um 0,000049 zu groß
0,056 × 0,056 „ 0,003136 „ 0,000364 zu klein.

0,0567 × 0,0567 gibt 0,00321489 um 0,00001489 zu groß
0,0566 × 0,0566 „ 0,00320356 „ 0,00000356 zu groß
0,0565 × 0,0565 „ 0,00319225 „ 0,00000775 zu klein.

Die gesuchte Zahl liegt also etwas näher an 0,0566, als an 0,0565

f.) Welche Zahl gibt mit sich multiplizirt 0,0413?

0,2 × 0,2 gibt 0,04 um 0,0013 zu klein
0,3 × 0,3 „ 0,09 „ 0,0487 zu groß.

Die gesuchte Zahl liegt also sehr nahe an 0,2

0,21 × 0,21 gibt 0,0441 um 0,0028 zu groß
0,20 × 0,20 „ 0,0400 „ 0,0013 zu klein.

0,203 × 0,203 gibt 0,041209 um 0,000091 zu klein
0,204 × 0,204 „ 0,041616 „ 0,000316 zu groß.

g.) Welches sind die Quadratwurzeln aus folgenden Zahlen?

aus	529	? A.	23	aus	0,000228	? A.	0,0151
	4489	? A.	67		0,00146	? A.	0,0382
	65536	? A.	256		0,0000068	? A.	0,0026
	6,61	? A.	2,57		16,20	? A.	4,02
	29,71	? A.	5,45		25,90	? A.	5,09
	80,70	? A.	8,98		100,8	? A.	10,04
	0,107	? A.	0,327		913	? A.	30,2
	0,232	? A.	0,481		160,8	? A.	40,1
	0,525	? A.	0,724		4950	? A.	70,3

Ausziehung der Kubikwurzel.

* §. 238. Die Kubikwurzel aus 8 ist eine Zahl, die 2mal mit sich multiplizirt, 8 gibt. Diese Zahl ist also 2.

Die Kubikwurzel aus 27 ist 3
„ „ 64 „ 4
„ „ 125 „ 5 ꝛc.

Die Kubikwurzel aus 40 liegt zwischen 3 und 4, denn 3 × 3 × 3 gibt 27 und 4 × 4 × 4 gibt 64.

* §. 239. Die Kubikwurzel aus irgend

einer Zahl kann man durch Probiren ebenso finden, wie die Quadratwurzel.

a) Man soll die Kubikwurzel aus 12167 ausziehen.

20 × 20 × 20 = 8000 ist um 4167 zu klein
30 × 30 × 30 = 27000 ist um 14833 zu groß.

Die Unterschiede 4167 und 14833 zeigen, daß die gesuchte Zahl näher an 20 als an 30 liegt.

23 × 23 × 23 = 12167

Die Kubikwurzel aus 12167 ist also 23.

b.) Man soll die Kubikwurzel aus 658503 ausziehen.

80 × 80 × 80 gibt 512000 ist um 146503 zu klein
90 × 90 × 90 gibt 729000 „ „ 70497 zu groß.

Die Unterschiede zeigen, daß die gesuchte Zahl näher an 90 als an 80 liegt.

87 × 87 × gibt 658503; richtig.

c) Welche Zahl gibt 2 mal mit sich multiplizirt 40?

3 × 3 × 3 gibt 27 ist um 13 zu klein
4 × 4 × 4 gibt 64 „ „ 24 zu groß.

Die gesuchte Zahl liegt also näher an 3 als an 4.

3,3 × 3,3 × 3,3 gibt 35,937 ist um 4,063 zu klein
3,4 × 3,4 × 3,4 „ 39,304 „ „ 0,696 zu klein
3,5 × 3,5 × 3,5 „ 42,875 „ „ 2,875 zu groß.

3,42 × 3,42 × 3,42 gibt 40,001688 ist um 0,001688 zu groß.

Die gesuchte Zahl ist also fast 3,42.

d) Welche Zahl gibt 2mal mit sich multiplizirt 0,001885?

0,1 × 0,1 × 0,1 gibt 0,001 ist um 0,000885 zu klein
0,2 × 0,2 × 0,2 „ 0,008 „ „ 0,006115 zu groß.

0,12 × 0,12 × 0,12 gibt 0,001728 ist um 0,000157 zu klein
0,13 × 0,13 × 0,13 „ 0,002197 „ „ 0,000312 zu groß.

0,123 × 0,123 × 0,123 gibt 0,001860867 ist um 0,000024133 zu klein
0,124 × 0,124 × 0,0124 gibt 0,001906624 ist um 0,000021624 zu groß.

Die gesuchte Zahl liegt also ungefähr in der Mitte zwischen 0,123 und 0,124

e) Welches sind die Kubikwurzeln aus folgenden Zahlen?

aus	185193? A. 57		aus	20? A. 2,714
„	571787? A. 83		„	50? A. 3,684
„	1860 867? A. 12,3		„	0,1? A. 0,464
„	28934,443? A. 30,7		„	0,010? A. 0,215

* Vermischte Beispiele zur Ausziehung der Quadratwurzel.

1.) 25 Nüsse sollen so neben einander gelegt werden, daß sie ein vollkommenes Quadrat bilden, wie viele kommen in jede Reihe? A. 5.

2.) 400 Quadratplättchen sollen auf dieselbe Art neben einander gelegt werden, wie viele kommen in jede Reihe? A. 20.

3) Auf einen großen Platz sollen 1296 Bäume so gesetzt werden, daß in jede Reihe eben so viele Bäume kommen, als es Reihen gibt, wie viele Reihen müssen gesetzt werden? A. 36.

4.) Ein Acker von 2 Hektaren oder 20000 Q.meter ist so lang als breit, wie lang ist er? A. 141m,42

5.) Ein Acker von 10 Hektaren ist so lang als breit, wie lang ist er? A. 316m,22

* Vermischte Beispiele zur Ausziehung der Kubikwurzel.

1) 8 Würfel sollen so zusammengesetzt werden, daß sie einen neuen Würfel bilden, wie viel mal höher wird der neue Würfel? A. 2mal.

2.) Wie hoch ist ein Würfel, der 125 Kubik-Centimeter enthält? Antw. 5 Centimeter hoch.

3.) Wie hoch ist ein Würfel, der 1 Million Kubik-Centimeter enthält? A. 1 Meter hoch.

4.) Wie hoch ist ein Würfel, der 2 Kubikmeter enthält? A. 1,m260.

5.) Wie hoch ist ein Würfel, der 10 Liter enthält? A. 0,m2154.

6.) Wie hoch ist ein Würfel der 100 Liter enthält? A. 0,m4641.

§. 240. Berechnung des Inhalts der Flächen.

§. 241. Ein Viereck, welches eben so lang als breit ist, heißt ein **Quadrat**. Ein Viereck, das einen Centimeter lang und einen Centimeter breit ist, heißt ein **Quadrat-Centimeter**. (Man sehe Figur 1.) Einen **Quadratmeter** nennt man ein Viereck, welches einen Meter lang und einen Meter breit ist.

Was ist ein Quadratdezimeter, ein Quadratdekameter, ein Quadratfuß, ein Quadratzoll, eine Quadratruthe?

§. 242. **Ein Viereck, welches 5 Centimeter lang und 3 Centimeter breit ist, enthält 3 × 5 = 15 Quadrat-Centimeter.** (Man sehe Figur 2.)

Denn wenn man die Länge in 5 Centimeter und die Breite in 3 Centimeter wirklich abtheilt und durch die Theilungspunkte Querlinien zieht, so entstehen 15 kleine Vierecke, wovon jedes ein Quadrat-Centimeter ist. Es gibt 3 Reihen, jede von 5 Quadrat-Centimeter also zusammen 3 × 5, das ist 15 Quadrat-Centimeter.

Wie viele Quadrat Centimeter enthält ein Viereck, welches 10 Centimeter lang und 4 Centimeter breit ist? Antwort 40. Warum?

Wie viele Quadrat-Centimeter enthält ein Viereck, welches 30 Centimeter lang und 20 Centimeter breit ist? Antwort 600. Warum?

Wie viele Quadrat Centimeter enthält ein Viereck, welches 300 Centimeter lang und 20 Centimeter breit ist? Antwort 6000. Warum?

Wie viele Quadrat-Centimeter enthält ein Viereck, welches 567 Centimeter lang und 234 Centimeter breit ist? Antwort 132678.

§. 243. **Was von Centimetern und Quadrat-Centimetern gesagt ist, gilt auch von jeder andern Art von Einheiten. Z. B.:**

Ein Viereck, welches 5 Fuß lang und 3 Fuß breit ist, enthält 15 Quadratfuß ꝛc.

Was von Meter, Dezimeter und Centimeter gilt, gilt auch von Fuß, Zehntel = und Hundertelfuß.

§. 244. Ein Quadratdezimeter ist 10 Centimeter lang und 10 Centimeter breit, und enthält daher 100 Quadrat = Centimeter, nämlich 10 Reihen, jede von 10 Quadrat = Centimeter.

§. 245. Ein Quadratmeter ist 100 Centimeter lang und 100 Centimeter breit und enthält daher 10000 Quadrat=Centimeter, nämlich 100 Reihen jede von 100 Quadrat=Centimeter.

§. 246. Ein Quadratmeter ist auch 10 Dezimeter lang und 10 Dezimeter breit, und enthält daher auch 100 Quadratdezimeter. — Jeder Quadratdezimeter enthält wieder 100 Quadrat=Centimeter.

§. 247. Der zehnte Theil eines Quadratmeters ist ein Streifen, der einen Meter lang und einen Dezimeter breit ist, er enthält 10 Quadrat-Dezimeter oder 1000 Quadrat = Centimeter.

Der hundertste Theil eines Quadratmeters ist eine Streifen, der einen Meter lang, und einen Centimeter breit ist. Er enthält 100 Quadrat-Centimeter oder einen Quadrat=Dezimeter.

Der tausendste Theil eines Quadratmeters ist ein Streifen der einen Meter lang und einen Millimeter breit ist.

* §. 248. Ein Viereck das $6,^{m}5$ lang und $2,^{m}3$ breit ist, enthält $14,^{Q.m}95$ das heißt 14 Quadratmeter und 95 Hundertel=Quadratmeter, oder 14 Q.Meter und 95 Q.Dezimeter; denn $6,^{m}5$ sind 65 Dezimeter

und 2,^{m}3 sind 23 Dezimeter. Ein Viereck, welches 65 Dezimeter lang und 23 Dezimeter breit ist, enthält 65 × 23 = 1495 Quadrat=Dezimeter oder 14,□^{m}95, weil 100 Quadrat=Dezimeter auf einen Quadratmeter gehen.

65 Dezimeter lang	6,^{m}5 lang
23 Dezimeter breit.	2, 3 breit.
195	195
130	130 □met.
1495 □decimet.	14,95 □Meter oder 14,95

Ein Viereck, welches 6,^{m}52 lang und 2,^{m}34 breit ist, enthält 15,□^{m}2568;

denn 6,m52 sind 652 Centimeter
und 2, 34 sind 234 Centimeter;
ein Viereck aber, welches 652 Centimeter lang und 234 Centimeter breit ist, enthält 652 × 234 = 152568 □Centimeter; 152568 □Centimeter sind aber 15,□^{m}2568, weil 10000 □Centimeter auf einen □Meter gehen.

652 Centimeter lang	6,^{m}52 lang
234 „ breit	2, 34 breit
2608	2608
1956	1956
1304	1304 □Meter
152568 □Centimeter	15,2568 □Meter = 15,2568

Ein Viereck, welches 6,^{m}50 lang und 2,^{m}30 breit ist, enthält 14,□^{m}9500.

650 Centimeter lang	6,^{m}50 lang
230 „ breit	2, 30 breit
195	195
130	130
149500 □Centimeter	14,9500 □Meter.

* §. 249. Aus diesen Beispielen ergibt sich, daß man die Oberfläche eines Vierecks in Quadratmeter erhält, wenn man die Länge und Breite in Meter und Dezimaltheilen des

Meters ausdrückt, beide Zahlen ohne Rücksicht auf den Dezimalstrich wie ganze Zahlen multiplizirt und am Produkt ebensoviele Dezimalstellen abschneidet, als in beiden Faktoren zusammen abgeschnitten waren.

*§. 250. Wenn beide Faktoren Centimeter enthalten, oder wenn man dieselben durch angehängte Nullen zu Centimeter ergänzt, so muß man 4 Dezimalstellen abschneiden.

*§. 251. Wenn die Oberfläche eines Rechtecks und seine Länge bekannt ist, so findet man die Breite, indem man die Oberfläche mit der Länge dividirt. Ist die Breite gegeben, so findet man durch Division die Länge. Z. B.:

Wenn ein Rechteck 15 Quadrat-Centimeter Oberfläche hat und 5 Centimeter lang ist, so muß es 3 Centimeter breit seyn.

Wenn ein Viereck 14,95 Quadratmeter enthält und 2,^{m}3 breit ist, so muß es 6,^{m}5 lang seyn.

§. 252. Bei allen geometrischen Berechnungen müssen alle Maaße in Haupteinheiten derselben Benennung ausgedrückt werden; entweder alle in Centimeter, Quadrat-Centimeter und Kubik-Centimeter; oder alle in Meter, Quadratmeter und Kubikmeter; den Haupteinheiten können jedoch Dezimaltheile beigesetzt seyn. Z. B.:

Um die Fläche eines Vierecks zu berechnen, das

2 Meter lang und 132 Centimeter breit ist, muß man entweder die 2 Meter in 200 Centimeter verwandeln, oder die 132 Centimeter als Meter so $1,^{m}32$ schreiben.

Will man zu einem Viereck, das 6 Quadratmeter Oberfläche und 120 Centimeter Breite hat, die Länge finden, so muß man die 6 Quadratmeter entweder in 60000 Quadrat-Centimeter oder die 120 Centimeter in $1,^{m}20$ verwandeln. Im ersten Fall erhält man durch Division 500 Centimeter für die Länge, im 2ten $5,^{m}00$, was dasselbe ist.

---

§. 253. Berechnung des Kubik-Inhalts.

§. 254. Ein rechtwinklicher Körper der gleiche Länge, Breite und Höhe hat, heißt ein Würfel.

Ein Würfel, welcher einen Meter lang, breit und und hoch ist, heißt ein Kubikmeter.

Ein Würfel, welcher einen Centimeter lang, breit und hoch ist, heißt ein Kubik-Centimeter. Man sehe Figur 11.

Was ist ein Kubik-Dezimeter? ein Kubik-Millimeter? ein Kubikfuß? ein Kubikzoll?

§. 255. Ein rechtwinklicher Körper, welcher 5 Centimeter lang, 2 Centimeter breit und 3 Centimeter hoch ist, enthält $5 \times 2 \times 3 = 30$ Kubik-Centimeter. Man sehe Figur 12; denn wenn man die Länge, Breite und Höhe wirklich in Centimeter eintheilt, und durch die Theilungspunkte Querschnitte macht, so gibt es 30 Kubik-Centimeter. 5 Kubik-Centimeter liegen in der Länge, 2 in der Breite, dies gibt 2 Reihen von 5 Kubik-Centimeter auf

der Grundfläche. Also 2 × 5 = 10 Kubik-Centimeter Diese 2 Reihen bilden eine Schichte und 3 solcher Schichten liegen übereinander. Der ganze Körper enthält also 3 × 10 oder 30 Kubik-Centimeter.

Der ganze Körper besteht aus 3 übereinanderliegenden Schichten, jede Schichte aus 2 hintereinander liegenden Reihen oder Stäben, jede Reihe oder jeder Stab aus 5 nebeneinander liegenden Würfeln, wovon jeder ein Kubik-Cenimeter ist; oder:

5 Kubik-Centimeter liegen in der Länge und bilden einen Stab, 2 Stäbe liegen nebeneinander in der Breite, und bilden eine Schichte, 3 Schichten liegen untereinander in der Höhe und bilden den ganzen Körper.

Wie viele Kubik-Centimeter enthält ein Körper der 4 Centimeter lang, 3 Centimeter breit und 5 Centimeter hoch ist? Antw. 60 Kubik-Centimeter.

§. 256. Was so eben von Centimeter und Kubik-Centimeter gesagt wurde, gilt offenbar auch von Dezimeter und Kubik-Dezimeter, von Meter und Kubikmeter, von Fuß und Kubikfuß.

§. 257. Ein Kubik-Dezimeter ist 10 Centimeter lang, 10 Centimeter breit und 10 Centimeter hoch und enthält daher 10 × 10 × 10 = 1000 Kubik-Centimeter. Denn 10 Kubik-Centimeter bilden einen Stab, 10 Stäbe eine Schichte, 10 Schichten den ganzen Kubik-Dezimeter.

§. 258. Ein Kubikmeter enthält aus demselben Grunde 1000 Kubik-Dezimeter, folglich 1000 × 1000 oder 1 Million Kubik-Centimeter.

§. 259. Der zehnte Theil eines Kubikmeters ist eine Schichte, welche einen Quadratmeter Grundfläche und einen Dezimeter Höhe hat. Eine solche

Schichte enthält 100 Kubik-Dezimeter, oder 100 × 1000 Kubik-Centimeter.

Der hundertste Theil eines Kubikmeters ist eine Schichte, welche einen Quadratmeter Grundfläche hat und einen Centimeter hoch ist. Eine solche Schichte ist so groß wie 10 Kubik-Dezimeter; sie enthält 10 × 1000 Kubik-Centimeter.

Der tausendste Theil eines Kubikmeters ist eine Schichte, welche einen Quadratmeter Grundfläche hat und einen Millimeter hoch ist. Eine solche Schichte ist so groß, wie ein Kubik-Dezimeter oder 1000 Kubik-Centimeter.

* § 260. Ein Körper der $6,^{m}5$ lang, $2,^{m}3$ breit und $4,^{m}7$ hoch ist, enthält $70,^{Km}265$; das heißt 70 Kubikmeter und 265 Tausendtel-Kubikmeter oder 70 Kubikmeter und 265 Kubik-Dezimeter;

denn $6,^{m}5$ sind 65 Dezimeter
2, 3 „ 23 „
4, 7 „ 47 „

Ein Körper, der 65 Dezimeter lang, 23 Dezimeter breit und 47 Dezimeter hoch ist, enthält aber 65 × 23 × 47 = 70265 Kubik-Dezimeter, und 70265 Kubik-Dezimeter sind 70 Kubikmeter und 265 Kubik-Dezimeter, weil 1000 Kubik-Dezimeter auf einen Kubikmeter gehen.

Ein Körper, der 6^{m} lang, $2,^{m}3$ breit und $4,^{m}7$ hoch ist, enthält $64,^{Km}860$.

denn 6^{m} ist = 60 Dezimeter
2,3 „ = 23 „
4,7 „ = 47 „

60 × 23 × 47 gibt 64860 Kubik-Dezimeter oder $64,^{K.met.}860$

Ein Körper der 6 Meter lang, 2 Meter breit und 4,^{m}7 hoch ist, enthält 52,$^{K.met.}$400

denn 6^{m} = 60 Dezimeter
2 = 20 "
4,7 = 47 "

60 × 20 × 47 gibt 52400 Kubik-Dezimeter oder 52,^{Km}400

Ein Körper, der 6,^{m}53 lang 2,^{m}31 breit und 4,^{m}72 hoch ist, enthält 71,$^{Km.}$197896

denn 6,^{m}53 = 653 Centimeter,
2, 31 = 231 "
4, 72 = 472 "

Ein Körper, der 653 Centimeter lang, 231 Centimeter breit und 472 Centimeter hoch ist, enthält aber 653 × 231 × 472 = 71197896 Kubik-Centimeter oder 17,^{Km}197896 weil 1 Million Kubik-Centimeter auf einen Kubikmeter gehen.

Ein Körper, der 6^{m} lang, 2,^{m}3 breit und 4,^{m}72 hoch ist, enthält 65,^{Km}136000, das heißt 65 Kubikmeter und 136 Tausendtel-Kubikmeter.

denn 6$^{met.}$ = 6,$^{met.}$00 = 600 Centimeter
2,3 = 2, 30 = 230
4,72 = = 472

600 × 230 × 472 gibt 65136000 Kubik-Centimeter oder 65,^{Km}136000 oder 65,^{Km}136.

* §. 261. Aus den vorhergehenden Beispielen ergibt sich, daß man den Kubikinhalt eines rechtwinklichen Körpers erhält, wenn man die Länge, Breite und Höhe in Meter und Dezimaltheilen des Meters ausdrückt, die 3 Zahlen ohne Rücksicht auf den Dezimalstrich wie ganze Zahlen multiplizirt und an dem Produkt ebensoviele Dezimalstellen abschneidet, als in den drei Faktoren zusammen enthalten sind.

* §. 262. Wenn alle Faktoren Centimeter enthalten, oder die fehlenden Centimeter durch angehängte Nullen ersetzt worden sind, so muß man demnach im Produkt sechs Dezimalstellen abschneiden.

* §. 263. Wenn in allen Faktoren blos Dezimeter vorkommen und keine Centimeter, so hat man drei Dezimalstellen abzuschneiden.

* §. 264. Im Resultat kann man nachdem der Dezimalstrich an seine Stelle gesetzt worden ist, die Nullen am Ende weglassen.

* §. 265. Was hier von Meter und Dezimaltheilen des Meters gesagt worden ist, gilt auch von Fuß und Dezimaltheilen des Fußes ꝛc.

§. 266. Die Länge eines rechtwinklichen Körpers mit seiner Breite multiplizirt gibt seine Grundfläche. Siehe §. 242 und 249. Um den Kubikinhalt eines solchen Körpers zu finden, multiplizirt man also seine Grundfläche mit seiner Höhe.

* §. 267. Wenn der Kubikinhalt eines rechtwinklichen Körpers und seine Höhe bekannt ist, so findet man seine Grundfläche, indem man den Kubikinhalt mit der Höhe dividirt.

* §. 268. Man findet die Höhe, wenn man den Kubikinhalt mit der Grundfläche dividirt.

§. 269. Was oben §. 250 bei den Flächenberechnungen von der Gleichnamigkeit der Maaße gesagt wurde, gilt auch bei den Körperberechnungen.

§. 270. Beispiele über die Berechnung des Quadratinhalts rechtwinklicher Flächen.

a) Wie viele Quadrat-Centimeter enthalten folgende Flächen?

			Centimeter		Centimeter			Q.c.m.
1.)	Eine Fensterscheibe	von	25	Länge und	20	Breite?	A.	500
2.)	" "	"	40	"	30	" ?	A.	1200
3.)	Ein Blatt Papier	"	20	"	17	" ?	A.	340
4.)	Eine Schiefertafel	"	25	"	16	" ?	A.	400
5.)	Eine Tischplatte	"	112	"	80	" ?	A.	8960
6.)	Ein Spiegel	"	63	Höhe und	40	" ?	A.	2520
7.)	Ein Fenster	"	200	"	120	" ?	A.	24000

b.) Wie viele Quadratmeter enthalten folgende Flächen?

			Meter		Meter			Q.m.
1.)	Ein Stubenboden	von	8	Länge und	5	Breite?	A.	40
2.)	Ein Garten	von	24	"	15	" ?	A.	360
3.)	Eine Straße	von	325	"	10	" ?	A.	3250
4.)	Eine Wand	von	8	Breite und	3	Höhe ?	A.	24

c.) Wie viel Centiaren enthalten folgende Flächen?

			Meter		Meter			c.ar.
1.)	Ein Acker	von	124	Länge und	15	Breite?	A.	1860
2.)	Eine Wiese	von	73	"	34	" ?	A.	2482
3.)	Ein Hausplatz	von	10	"	6	" ?	A.	60

d.) Wie viele Hektaren enthalten folgende Flächen?

Bem. Man berechnet die Fläche in Q.meter und verwandelt diese nachher in Aren und Hektaren.

			Meter		Meter			Q.m.
1.)	Ein Acker	von	235	Länge und	5	Breite?	A.	1175
2.)	Eine Wiese	von	192	"	23	" ?	A.	4416
3.)	Ein Platz	von	87	"	59	" ?	A.	5133

* e.) Wie viele Quadratmeter enthalten folgende Flächen?

1.)	Ein Fenster	von	$1,^{m}00$	Brt. u.	$2,^{m}00$	Höhe.	A.	2,4000
2.)	Eine Thür	"	0, 85	"	2, 10	Höhe.	A.	1,7850
3.)	Eine Wand	"	4, 60	"	3, 40	"	A.	15,6400
4.)	Ein Stubenboden	"	6, 50	Länge u.	5, 20	Brt.	A.	33,8000
5.)	Eine Dachseite	"	25, 39	"	8, 00	"	A.	202,40
6.)	Ein Teppich	"	34, 25	"	0, 86	"	A.	29,4550

* f.) Wie viele Hektaren ꝛc. enthalten folgende Flächen?

Bem. Man berechnet die Fläche in Quadratmeter und verwandelt diese nachher in Aren und Hektaren.

		Länge und	Breite?		□Meter.
1.)	Ein Acker von	$235,^{m}00$	$0,^{m}25$	A.	1233,7500
2.)	Ein Garten von	24, 34	14, 50	A.	352,9300
3.)	Eine Wiese von	72, 50	34, 75	A.	2419,3750
4.)	Ein Weinberg von	125, 37	14, 46	A.	1812,8502

* §. 271. Verkehrte Rechnungen.

1.) Eine Fensterscheibe von 25 Centimeter Länge enthält 500 Quadrat-Centimeter; wie breit ist sie? Antw. 20 Centimeter; denn 20 × 25 = 500 Quadrat-Centimeter.

2). Ein Stubenboden von 32,85 Quadratmeter ist $4,^{m}50$ breit, wie lang ist er? Antw. $7,^{m}30$; denn $7,^{m}30 \times 4,^{m}50$ gibt 32.85 Quadratmeter.

3.) Ein Acker von 1085 Centiaren ist $175,^{m}00$ lang, wie breit ist er? Antw. $6,^{m}20$; denn $175,^{m}00 \times 6,^{m}20$ gibt 1085 Quadratmeter oder 1085 Centiaren.

Ein Acker von 2100 Centiaren soll gegen einen andern eben so großen vertauscht werden, der 30 Meter breit ist, wie lang muß der zweite Acker seyn? A. 70 Meter.

Von einer Wiese, die 60 Meter lang ist, soll der Länge nach ein Stück abgeschnitten werden, das 20,70 Aren enthält, wie breit muß es werden? Antw. $34,^{m}50$

§. 272. Beispiele von Berechnungen des körperlichen Inhalts.

a.) Wie viele Kubik-Centimeter enthalten folgende Körper?

1.) Ein Backstein von 26 Centimeter Länge 13 Centimeter Breite und 5 Centimeter Dicke? A. 1690 Kubik-Centimeter.

2.) Eine Tischplatte von 112 Centimeter Länge, 80 Centimeter Breite und 2 Centimeter Dicke? A. 17920 Kubik-Centimeter.

3.) Ein Käßchen von 18 Centimeter Länge, 12 Centimeter Breite und 10 Centimeter Tiefe? A. 2160 Kubik-Centimeter.

4.) Eine Gitterstange von 2 Centimeter Breite, 2 Centimeter Dicke und 210 Centimeter Länge? A. 840 Kubik-Centimeter.

b) Wie viele Kubik-Millimeter enthalten folgende viereckigte Gefäße?

1.) Ein Gefäß von 86 Millimeter Länge, 86 Millimeter Breite und 200 Millimeter Höhe? A. 1479200.

2.) Ein Gefäß von 324 Millimeter Breite, 285 Millimeter Tiefe und 523 Millimeter Höhe? A. 48,293820.

c.) Wie viele Kubikmeter enthalten folgende Körper.

1.) Ein Steinhaufen von 20 Meter Länge, 10 Meter Breite und 1 Meter Höhe? A. 200 Kubikmeter.

1.) Ein Saal von 8 Meter Länge, 6 Meter Breite und 3 Meter Höhe? 144 Kubikmeter.

* d.) Wie viele Kubik-Centimeter enthalten folgende Körper?

1.) Ein Brettchen von $34,{}^{cm}3$ Länge, $12,{}^{cm}4$ Breite und $2,{}^{cm}5$ Centimeter Dicke? A. 1063,300 Kubik-Centimeter.

2.) Eine Eisenplatte von $176,{}^{cm}4$ Länge, $110,{}^{cm}3$ Breite $1,{}^{cm}2$ Dicke? A. 23348,304 Kubik-Centimeter.

3.) Ein Stab von $413,{}^{cm}0$ Länge, $1,{}^{cm}85$ Breite und $0,{}^{cm}95$ Dicke? A. 725,8475 Kubik-Centimeter.

4.) Eine Diehle von $532,{}^{cm}4$ Länge, $80,{}^{cm}1$ Breite und $4,{}^{cm}5$ Dicke? A. 191903,580 Kubik-Centimeter.

* e.) Wie viele Kubikmeter enthalten folgende Körper?

1.) Eine Mauer von $56,^{m}30$ Länge, $0,^{m}45$ Dicke und $2,^{m}34$ Höhe? A. 59,283900.

2.) Ein Zimmer von $8,^{m}45$ Länge, $6,^{m}54$ Breite und $3,^{m}62$ Höhe? A. 200,052060.

3.) Ein Stein von $1,^{m}48$ Länge, $0,^{m}94$ Breite und $0,^{m}65$ Dicke? A. 0,904280.

4.) Ein Kasten von $1,^{m}04$ Länge, $0,^{m}63$ Breite und $0,^{m}74$ Tiefe? A. 0,484848.

* f.) Wie viele Kubikmeter oder met. Fuder enthalten folgende Körper?

1.) Ein Trog inwendig von $1,^{m}52$ Länge, $0,^{m}84$ Breite und $0,^{m}55$ Tiefe? A. 0,696740.

2.) Ein Graben von $14,^{m}00$ Länge, $1,^{m}20$ Breite und $0,^{m}80$ Tiefe? A. 13,440.

3.) Ein Kanal von $200,^{m}00$ Länge, $10,^{m}40$ Breite und $2,^{m}50$ Tiefe? A. 5225,000.

4.) Ein Kanal von $248,^{m}00$ Länge, $11,^{m}25$ Breite und $1,^{m}75$ Tiefe? A. 3932,500.

---

* §. 273. Verkehrte Rechnungen.

1.) Ein Kästchen von 18 Centimeter Länge und 12 Centimeter Breite soll 2160 Kubik-Centimeter enthalten, wie tief muß es werden? A. 10 Centimeter tief.

2.) 200 Kubik-Meter Steine sollen auf einen Platz gesetzt werden, der 20 Meter lang und 5 Meter breit ist, wie hoch wird man die Steine aufeinander legen müssen?
Antw. 2 Meter hoch.

3.) Ein Gefäß dessen Grundfläche, 86 Centimeter lang

und 43 Centimeter breit ist, soll 147920 Milliliter (Kubik-Centimeter enthalten, wie tief muß es werden? A. 40 Centimeter tief.

4.) Ein Kasten, dessen Boden 1,^{m}25 lang und 0,^{m}60 breit ist, soll 360 Liter enthalten, wie tief muß er werden?

Antw. 0,^{m}48 tief.

* Wie viele Eisenplatten von einem Quadratmeter Fläche und einem Centimeter Dicke kann man aus einem Kubikmeter Eisen gießen, wenn kein Abgang gerechnet wird? A. 100.

Wie viele Meter Stabeisen von 1 Centimeter Dicke und 2 Centimeter Breite gehen auf einen Kubikmeter?. A. 5000 Meter.

---

*Vermischte Beispiele.

Die Oberfläche des Rheinkreises ist 103 Quadratmeilen, wie viele Quadratmeter sind dieß, da eine Quadratmeile 7407 Meter lang und eben so breit ist? A. Nahe 52200000 Quadratmeter oder 5220 Hektaren.

Wie viel wiegt die Luft in einem Zimmer, das 5 Meter lang, 4 Meter breit, und 3 Meter hoch ist, wenn der Kubikmeter Luft 1,$^{K.gr.}$250 od. 1¼ Kilogramm wiegt?

A. 75 Kilogramm.

Ein Kubikmeter Sandstein wiegt 22 met. Zentner oder 2200 Kilogramm, was wiegen 100 Platten von 0,^{m}5 Länge, 0,^{m}4 Breite und 0,^{m}12 Dicke? A. 52,800 Kilogramm.

Wie viele solche Platten gehen auf eine Ladung von 10 met. Zentnern? A. Nahe 19.

Wenn auf einer Fläche von 45 Meter Länge und 36 Meter Breite 8100 Pflanzen stehen, wie viele Pflanzen stehen im Durchschnitte auf einer Are? A. 500.

Die Luft drückt auf jeden Quadrat-Centimeter Oberfläche mit einem Gewicht von einem Kilogramm. Welches ist der Druck auf einen Quadratmeter?

Antw. 10000 K.gr. oder 100 metrische Zentner.

Ein Kanal soll 4,^{m}35 lang, 6,^{m}20 breit und 2,^{m}30 tief werden, wie viele Kubikmeter ist sein Inhalt? A. 6213 K. Meter.

Was kostet derselbe auszuheben, wenn für den Kubikmeter 8 kr. bezahlt werden? Antw. 828 fl. 24 kr.

Wie hoch würde der Kubikmeter zu stehen kommen, wenn man 1000 fl. für den ganzen Kanal bezahlte? A. Nahe 9,7 kr.

Zur Bedeckung eines Fußbodens braucht man 9 Ellen 2 Ellen breites Tuch, wie viele Quadrat-Ellen enthält der Fußboden? A. 18.

Wie viele Ellen Tuch von 3 Ellen Breite sind zur Bedeckung eines Fußbodens nothwendig, der 18 Quadrat-Ellen Oberfläche hat? A. 6 Ellen.

Eine Wand, welche $8,^m40$ lang und $3,^m62$ hoch ist, soll mit Papierbogen überpappt werden, wovon jeder $0,^m42$ lang und $0,^m35$ breit ist, wie viele Bogen braucht man? A. Nahe 207.

Eine Küche welche 4 Meter lang und 3 Meter breit ist, soll mit Plättchen belegt werden, die $0,^m32$ lang und $0,^m16$ breit sind, wie viele braucht man? A. Ueber 234.

Ein Dach von 20^m Länge und 8^m Breite soll mit Blechtafeln belegt werden, die $0,^m49$ lang und $0,^m41$ breit sind, wie viele Tafeln braucht man? A. Nahe 800.

Wie viele Quadratmeter kann man mit einem Kubikmeter Kieß bedecken, wenn man den Kieß 5 Centimeter hoch aufführt? A. 20.

Wie dick würde der Kieß werden, wenn man mit einem Kubikmeter 25 □Meter bedecken wollte? A. $0,^m04$.

Eine Straße von 4520 Meter Länge und 6 Meter Breite soll 5 Centimeter hoch mit Kieß überführt werden, wie viele Kubikmeter Kieß werden dazu erfordert? A. 1356; und was kostet dieser Kieß, den Kubikmeter sammt Transport zu 1 fl. 12 kr. gerechnet? A. 1627 fl. 12 kr.

Welche Strecke auf dieser Straße würde man mit 1000 Kubikmeter Kieß bedecken können, wenn man denselben nur 4 Centimeter hoch aufführte? A. 25000 □Meter, also eine Länge von 4166 6 Meter.

VIII. Abtheilung.

Verhältnisse und Proportionen.

§. 273. Um das Verhältniß zweier Zahlen zu finden, untersucht man, wie vielmal die eine größer ist, als die andere, oder wie vielmal die eine in der andern enthalten ist, z. B.: um das Verhältniß von 2 Ellen und 6 Ellen zu finden, dividirt man 6 mit 2, der Quotient $\frac{6}{2}$ oder 3 sagt uns, daß 2 Ellen dreimal in 6 Ellen enthalten sind, oder daß 6 Ellen dreimal größer sind als 2 Ellen. Wenn von 2 Brüdern der jüngere 3000 fl., der ältere 12000 fl. reich ist, so findet man das Verhältniß ihres Reichthums, wenn man 12000 mit 3000 dividirt, der Quotient 4 zeigt an, daß der ältere viermal so reich ist als der jüngere.

§. 274. Zwei Zahlen stehen in demselben Verhältnisse wie zwei andere, wenn die erste Zahl in der zweiten eben so oft enthalten ist, als die dritte in der vierten. Z. B.:

2 Ellen und 6 Ellen stehen in demselben Verhältnisse zu einander, wie 5 Gulden und 15 Gulden, weil 2

Ellen in 7 Ellen so oft enthalten sind, wie 5 Gulden in 15 Gulden, nämlich dreimal. Das Verhältniß der Ellen ist hier dasselbe, wie das Verhältniß der Gulden.

§. 275. Wenn vier Zahlen je zwei und zwei in demselben Verhältnisse stehen, wie in dem vorhergehenden Beispiel, so sagt man sie stehen in Proportion.

Eine Proportion besteht also aus zwei Verhältnissen, die einander gleich sind.

§. 276. Um das Verhältniß zweier Zahlen anzuzeigen, setzt man das Divisionszeichen zwischen beide Zahlen. Z. B.: 2 : 6, 5 : 15.

Um die Gleichheit zweier Verhältnisse anzuzeigen, setzt man zwischen beide Verhältnisse das Zeichen =

Um also anzuzeigen, daß die vier Zahlen 2, 6, 5, 15, je zwey und zwey in gleichem Verhältnisse stehen, schreibt man sie so:

2 : 6 = 5 : 15 und spricht:

2 verhält sich zu 6, wie 5 zu 15. Das heißt: 2 ist in 6 so oft enthalten, wie 5 in 15.

* §. 277. Bei einem Verhältnisse dividirt man immer die zweite Zahl mit der ersten, nicht wie sonst die erste mit der zweiten.

*. §. 278. Der Quotient, welcher bei einem Verhältnisse anzeigt, wie oft die erste Zahl in der zweiten enthalten ist, heißt der Exponent des Verhältnisses, oder die Verhältnißzahl, oder auch das Verhältniß. Die beiden verglichenen Zahlen werden Glieder des Verhältnisses genannt.

* §. 279. Den Exponenten eines Verhältnisses kann man als einen Bruch ansehen, der das zweite Glied zum Zähler und das erste zum Nenner hat. Z. B.: $\frac{6}{2}$, $\frac{15}{5}$.

* §. 280. Da der Exponent anzeigt, wie oft das erste Glied im zweiten enthalten ist, so findet man das zweite Glied, wenn man das erste Glied mit dem Exponenten multiplizirt. Z. B.: weil 2 in 6 dreimal enthalten ist, so ist 6 so viel als 2 mit 3 multiplizirt; 5 ist in 15 dreimal enthalten, daher ist 15 soviel als 5 mit 3 multiplizirt. 3000 ist in 12000 viermal enthalten, daher ist 12000 = 4mal 3000.

* §. 281. In einer Proportion sind die Exponenten der beiden Verhältnisse einander gleich.

Man erhält daher auch das letzte Glied, indem man das dritte mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses multiplizirt. 15 ist gleich 5 mit $\frac{6}{2}$ multiplizirt.

Diesen Satz kann man auch so aussprechen:

* §. 282. Man findet das vierte Glied einer Proportion, wenn man das dritte mit dem zweiten multiplizirt und was herauskommt, mit dem ersten Gliede dividirt.

* §. 283. Ein Verhältniß wird umgekehrt, wenn man die zweite Zahl an die Stelle der ersten und die erste an die Stelle der zweiten setzt. Z. B.: 2 : 6 umgekehrt gibt 6 : 2

im ersten Verhälnisse ist der Exponent $\frac{6}{2} = \frac{3}{1}$

im zweiten „ ist der Exponent $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

*§. 284. Wenn man ein Verhältniß umkehrt, so wird also auch der Exponent umgekehrt, der Divisor wird zum Dividenden oder der Nenner wird zum Zähler.

Wenn 2 Arbeiter mit einer Arbeit in 12 Tagen fertig werden, so haben 6 Arbeiter zu derselben Arbeit offenbar nur 4 Tage nothwendig.

Hier verhalten sich die Arbeiter nicht wie die Tage, weil mehr Arbeiter weniger Tage brauchen, sondern die Tage verhalten sich umgekehrt wie die Arbeiter, weil die Anzahl der Tage in demselben Verhältnisse abnimmt in welchem die Anzahl der Arbeiter zunimmt.

Man hat daher

nicht 2 Arb. : 6 Arb. = 12 Tage : 4 Tagen
sondern 6 Arb. : 2 Arb. = 12 Tage : 4 Tagen

das ist, man muß das Verhältniß der Arbeiter umkehren, wenn es dem Verhältnisse der Tage gleich werden soll.

Die Regel Detri oder der Dreisatz.

§. 285. Die Regel aus den drei ersten Gliedern einer Proportion das vierte zu finden, wird die Regel Detri oder die Regel der drei Sätze genannt.

§. 286. Eine jede Aufgabe, die durch die Regel Detri, das ist durch eine Proportion aufgelöst werden kann, besteht aus zwei einander ähnlichen Sätzen.

In dem einen Satz sind zwei Zahlen gegeben, in dem andern ist nur eine gegeben und eine zweite unbekannte soll dazu gefunden werden.

a.) Es sey die Aufgabe:

Wenn 2 Ellen 5 fl. kosten, wie viele Gulden kosten 6 Ellen?

In dieser Aufgabe heißt der erste Satz, in welchem die beiden Zahlen angegeben sind:

2 Ellen kosten 5 fl.

Der zweite Satz, in welchem nur Eine Zahl angegeben ist, heißt:

Wie viele Gulden kosten 6 Ellen?

b.) Es sey 2tens die Aufgabe:

Wenn 2 Arbeiter mit einer Arbeit in 12 Tagen fertig werden, wie viele Tage werden 6 Arbeiter zu derselben Arbeit nothwendig haben?

die zwei Sätze sind:

1ter Satz: 2 Arbeiter brauchen 12 Tage zu einer Arbeit,
2ter Satz: Wie viele Tage brauchen 6 Arbeiter?

§. 287. Den ersten Satz nennt man den **Bedingnißsatz**, den zweiten den **Fragesatz**.

§. 288. **Wenn man eine Aufgabe des Dreisatzes auflösen will, so schreibe man vor Allem die zwei Sätze, welche die Aufgabe enthält, ganz kurz in zwei Zeilen, so daß die gleichartigen Zahlen gerade unter einander zu stehen kommen. In die erste Zeile schreibe man den Bedingnißsatz in die zweite den Fragesatz.**

In dem Fragesatz bezeichne man die Stelle der gesuchten Zahl mit dem Fragezeichen oder mit x.

Die obigen beiden Aufgaben z. B. schreibe man wie folgt:

a.) 2 Ellen kosten 5 fl.
6 Ellen ? (was kosten sie?)

b.) 2 Arbeiter brauchen 12 Tage
6 Arbeiter x (wie viele Tage brauchen sie?)

a) Oder so: für 5 fl. bekommt man 2 Ellen
für ? (wie viele fl.) bekommt man 6 Ellen?

b.) in 12 Tagen werden 2 Arbeiter fertig
in ? (wie viel Tagen) werden 6 Arbeiter fertig?

Oder, noch kürzer so:

a.) 2 Ellen 5 fl.
6 „ ? „

b.) 2 Arb. 12 Tage
6 „ ? „

§. 289. Nachdem die Aufgabe so geordnet ist, gibt es nun mehrere Methoden, die unbekannte Zahl aus den gegebenen zu berechnen.

* §. 290. 1te Methode. Man überlege, ob die Dinge, nach welchen man fragt, mit den andern in geradem oder umgekehrtem Verhältnisse stehen.

Ist das Verhältniß gerade, so multiplizire man die über dem Fragezeichen stehende Zahl mit dem geraden Verhältnisse derselben.

Ist es umgekehrt, so multiplizire man die über dem Fragezeichen stehende Zahl mit dem umgekehrten Verhältnisse derselben.

*§. 291. Bei geradem Verhältnisse wird immer die untere Zahl als Zähler oder Dividend betrachtet, und die darüberstehende als Nenner oder Divisor; bei umgekehrtem Verhältnisse hingegen wird die obere als Zähler oder Dividend angesehen und die untere als Nenner oder Divisor. Z. B.:

a.) 1te Aufgabe: 2 Ellen kosten 5 fl.
6 „ x „

Mehr Ellen kosten mehr Gulden, also ist das Verhältniß gerade. Daher wird 5 mit $\frac{6}{2}$ multiplizirt. $x = \frac{5 \times 6}{2}$

b.) 2te Aufgabe. 2 Arbeiter brauchen 12 Tage
6 „ „ x „

Mehr Arbeiter brauchen weniger Tage, also ist hier das Verhältniß umgekehrt. Daher wird 12 mit $\frac{2}{6}$ multiplizirt. $x = 12 \times \frac{2}{6} = \frac{12 \times 2}{6}$

§. 292. 2te Methode. Aus dem Bisherigen ergibt sich, daß man die Zahl, welche über dem Fragezeichen steht, immer mit der einen der beiden übereinander stehenden Zahlen multiplizirⁿ und was herauskommt, mit der andern dividiren muß, um die gesuchte Zahl zu erhalten.

§. 293. Um zu wissen, mit welcher der beider übereinanderstehenden Zahlen man multipliziren muß, vergleiche man dieselben blos, um zu erfahren, ob die Zahl, welche man sucht, größer oder kleiner werden muß, als die über dem Fragezeichen stehende. Muß sie größer werden, so muß mit der größern multiplizirt werden, muß sie kleiner werden, so muß mit der kleinern multiplizirt werden.

a.) 1te Aufgabe: 2 Ellen kosten 5 fl.
6 „ ? „

Hier sage man: 2 Ellen kosten 5 fl. 6 Ellen sind mehr als 2 Ellen; mehr Ellen kosten mehr; Man muß also 5 mit der größern Zahl multiplizirer; folglich:

$$x = \frac{5 \times 6}{2} = 15$$

b.) 2te Aufgabe: 2 Arb. brauchen 12 Tage
6 „ ? „

Hier sage man: 2 Arbeiter brauchen 12 Tage. 6 Arbeiter sind mehr als 2 Arbeiter; mehr Arbeiter brauchen

weniger Tage; man muß also hier mit der kleinern Zahl multipliziren.

$$x = \frac{12 \times 2}{6} = 4$$

Diese 2te Methode, welche man nach dem Namen ihres Erfinders die Hotzische nennt, ist in der Anwendung etwas leichter als die erste. Wir wollen dieselbe noch auf einige Aufgaben anwenden.

1.) Wenn man von 3 ℔ Garn 11 Ellen Leinwand bekommt, wie viele Ellen bekommt man von 15 ℔ Garn?

3 ℔ Garn geben 11 Ellen
15 ℔ „ ? „

$$x = \frac{11 \times 15}{3} = 55 \text{ Ellen.}$$

15 ℔ sind mehr als 3 ℔. Mehr ℔ geben mehr Ellen, also wird 11 mit der größern Zahl multiplizirt, und mit der kleinern dividirt.

2.) Wenn man von 12 ℔ Garn 45 Ellen Leinwand bekommt, wie viele ℔ Garn braucht man zu 30 Ellen?

12 ℔ Garn geben 45 Ellen
? ℔ „ „ 30 „

$$x = \frac{12 \times 30}{45} = 8 \text{ ℔}$$

30 Ellen sind weniger als 45 Ellen, zu weniger Ellen braucht man weniger Garn, also wird mit der kleinern Zahl multiplizirt.

3.) Von einem Zeug, welcher 3 Viertel breit ist, hat man 8 Ellen für ein Kleid nothwendig; wie viele Ellen muß man haben, wenn der Zeug 4 Viertel breit ist?

3 Viertel breiter Zeug 8 Ellen
4 „ „ „ ? „

$$x = \frac{8 \times 3}{4} = 6 \text{ Ellen.}$$

Weil der neue Zeug breiter ist, so braucht man weniger also muß mit der kleinern Zahl multiplizirt werden.

4.) Wenn 600 fl. Kapital 30 fl. Interessen geben, was geben 400 fl. Kapital?

600 fl. Kapital geben 30 fl. Interessen
400 fl. „ „ ? „ „

$$x = \frac{30 \times 400}{600} = 20 \text{ fl.}$$

Ein kleineres Kapital gibt weniger Interessen, also muß mit der kleinern Zahl multiplizirt werden.

5.) Wenn 400 fl. Kapital in 3 Jahren 60 fl. Interessen geben, in wie vielen Jahren werden 600 fl. dieselben Interessen geben. Weil die Interessen in beiden Fällen dieselben seyn sollen, so bleiben die 60 fl. aus dem Ansatze weg.

400 fl. Kapital stehen 3 Jahre
600 fl. " " ? " $x = \frac{3 \times 400}{600} = 2$ Jahre.

Ein größeres Kapital braucht nicht so lange zu stehen, um dieselben Interessen zu tragen, also wird mit der kleinern Zahl multiplizirt.

*3te Methode. Der Reesische Ansatz.

*§. 294. Bei dem Reesischen Ansatze zerlegt man die Aufgabe in 2 Sätze wie bisher. In einem jeden dieser beiden Sätze denkt man sich die eine Zahl als Ursache, und die andere als Wirkung welche von dieser Ursache hervorgebracht wird. Z. B.:

1.) 2 Weber weben in einem Tag 20 Ellen Tuch, wie viele Ellen weben 6 Weber in einem Tag?
Antwort. 60 Ellen.

1ter Satz: 2 Weber weben 20 Ellen
2ter Satz: 6 Weber weben 60 Ellen.

Im ersten Satze sind 2 Weber die Ursache und 20 Ellen die Wirkung welche von den 2 Webern hervorgebracht wird.

Im zweiten Satze sind 6 Weber die Ursache und 60 Ellen die von den 6 Webern hervorgebrachte Wirkung.

2.) Wenn 600 fl. Kapital 30 fl. Interessen geben, wie viele Interessen geben 400 fl. Kapital? Antwort 20 fl.

1ter Satz: 600 fl. Kapital geben 30 fl. Interessen
2ter Satz: 400 fl. " " 20 fl. "

Im ersten Satze sind 600 fl. Kapital die Ursache und 30 fl. Interessen die Wirkung welche von den 600 fl. Kapital hervorgebracht wird.

Im zweiten Satze sind 400 fl. Kapital die Ursache und 20 fl. Interessen die von 400 fl. Kap. hervorgebrachte Wirkung.

3.) 1ter Satz: 2 Ellen kosten 5 fl.
 2ter „ : 6 Ellen kosten 15 „.

In diesen beiden Sätzen können die Ellen als Ursache und die Gulden als Wirkung angesehen werden. Man kann auch die Gulden als Ursache und die Ellen als Wirkung ansehen. Wenn nämlich jemand Ellen verkauft, so sind die Ellen die Ursache, durch welche das Geld hervorgebracht wird, das er dafür einnimmt. Wenn hingegen Jemand für sein Geld Ellen einkauft, so ist das Geld die Ursache, welche ihm die Ellen verschafft.

* §. 295. Um eine Aufgabe nach dem Reesischen Ansatze aufzulösen, ziehe man einen senkrechten Strich;

Setze links mit einem Fragezeichen die Benennung der Wirkung hin, welche man sucht, rechts gegenüber die dazugehörige Ursache. Die Ursache des andern Satzes setze man links unter die Frage, und rechts gegenüber die dazugehörige Wirkung.

1tes Beisp.

? Ellen	6 Weber
2 Weber	20 Ellen
2	20 × 6

$$x = \frac{20 \times 6}{2} = 60$$

2tes Beisp.

? fl. Inter.	400 fl. Kap.
600 fl. Kap.	30 fl. Inter.
600	400 × 30

$$x = \frac{400 \times 30}{600} = 20$$

Alsdann multiplizirt man die Zahlen auf der rechten Seite mit einander und dividirt, was herauskommt, mit der Zahl, welche auf der linken Seite steht.

Man bemerke noch 1) daß man die zweite Zeile mit denselben Dingen wieder anfängt, mit welchen man die erste endigt.

Die erste Zeile endigt im ersten Beispiel mit Webern, die zweite fängt mit Webern wieder an.

Im 2ten Beispiel hört die erste Zeile mit Kapital auf, die zweite fängt wieder mit Kapital an.

2) Man hört mit denselben Dingen am Ende auf, mit welchen man angefangen hat.

Im ersten Beispiel fängt man mit Ellen an und hört mit Ellen auf.

Im zweiten Beispiel fängt man mit Interessen an und hört mit Interessen wieder auf.

* §. 296. Wenn man nach einer Ursache fragt, so befolgt man ganz dieselbe Regel, nämlich man setzt links mit einem Fragezeichen die Benennung der Ursache hin, rechts gegenüber die dazugehörige Wirkung, fängt links mit der Wirkung des andern Satzes an und hört rechts mit der dazugehörigen bekannten Ursache auf.

1.) Wie viele Weber braucht man zu 60 Ellen, wenn man zu 20 Ellen 2 Weber braucht.

? Weber	60 Ellen
20 Ellen	2 Weber
20	60 × 2

$$x = \frac{60 \times 2}{20} = 6$$

2.) Welches Kapital bringt 20 fl. Zinsen, wenn 600 fl. Kapital 30 fl. Zinsen bringen?

? Kapital	20 fl. Zinsen
30 fl. Zinsen	600 fl. Kapital
30	600 × 20

$$x = \frac{600 \times 20}{30} = 400 \text{ fl.}$$

Beim Reesischen Ansatze kann man auch folgende Regel befolgen:

* §. 297. Nachdem der erste Satz, in welchem die Frage vorkommt, geschrieben ist, wie oben angegeben wurde, nämlich so, daß die unbekannte Wirkung oder Ursache auf die eine Seite und die dazu gehörige bekannte Ursache oder Wirkung auf die andere Seite kommt; setze man den andern Satz in verkehrter Ordnung darunter; das heißt, man spreche denselben in der nämlichen Ordnung aus, schreibe ihn aber von der Rechten gegen die Linke.

Z. B.: Wie viele Weber machen 60 Ellen, wenn 2 Weber 20 Ellen machen?

* §. 298. Der Reesische Ansatz ist im Grund nichts anders als eine Proportion, deren Glieder so geordnet sind, daß die 2 mittleren Glieder auf der rechten Seite des Strichs, die beiden äußern hingegen auf der Linken als Faktoren von gleichen Produkten untereinander stehen.

§. 299. 4te Methode. Die vierte Methode setzt von Allem, was bisher über Verhältnisse und Proportionen gesagt wurde, durchaus gar nichts voraus. Sie wird gewöhnlich nur bei Aufgaben, die man im Kopfe auflöst, angewendet, verdient aber, weil sie unter allen die natürlichste ist, auch bei schriftlichen Auflösungen gebraucht zu werden. Aus ein Paar Beispielen wird man dieselbe vollkommen kennen lernen.

1.) Wenn 2 Ellen 5 fl. kosten, was kosten 6 Ellen?

Auflösung. Wenn 2 Ellen 5 fl. kosten

so kostet 1 Elle $\frac{5}{2}$ fl. nämlich halbsoviel.

also 6 Ellen 6mal $\frac{5}{2}$ fl. $= \frac{30}{2} = 15$ fl.

2.) Wenn 3 ℔ Garn 11 Ellen geben

so gibt 1 ℔ $\frac{11}{3}$ Ellen, nämlich den 3ten Theil,

also 15 ℔ 15mal $\frac{11}{3} = \frac{11 \times 15}{3} = 55$ Ellen.

3.) Wenn 600 fl. Kapital 30 fl. Zinsen geben, wie viele Zinsen erhält man von 400 fl. Kapital?

Auflösung: Wenn 600 fl. K. 30 fl. Zinsen geben

so gibt 1 fl. K. $\frac{30}{600}$ fl. Z.

also 400 fl. K. 400mal $\frac{30}{600} = \frac{30 \times 400}{600}$

$= 20$ fl. Zinsen.

4.) Wenn 2 Arbeiter zu einem Geschäfte 12 Tage brauchen, in wie vielen Tagen werden 6 Arbeiter damit fertig?

Auflösung: Wenn 2 Arbeiter 12 Tage brauchen,
so braucht 1 Arbeiter 2mal 12
und 6 Arbeiter nur $\frac{12 \times 2}{6} = 4$ Tag.

5.) Von einem Zeug, der 3 Viertel breit ist, hat man 8 Ellen nothwendig, wie viele Ellen müßte man haben, wenn der Zeug 4 Viertel breit wäre?

Auflösung: Wenn der Zeug 3 Viertel breit ist, so braucht man 8 Ellen; wenn er nur 1 Viertel breit wäre, so würde man 3 mal soviel brauchen, also 8 $\times$ 3. Wenn er nun 4 Viertel breit ist, so braucht man 4mal weniger, als wenn er nur 1 Viertel breit wäre, also $\frac{8 \times 3}{4} = 6$ Ellen.

Daß man bei der Auflösnng nicht alle Worte so hinzuschreiben braucht, wie eben geschehen ist, versteht sich von selbst.

Siehe die Zusätze §. 308, 309 und 310.

Zusammengesetzter Dreisatz.

§. 300. Bei allen bisherigen Aufgaben der Regel Detri wurde die gesuchte Zahl immer dadurch erhalten, daß man eine der 3 gegebenen Zahlen entweder mit dem geraden oder mit dem umgekehrten Verhältnisse der beiden übrigen multiplizirt hat.

Nicht immer kann man so durch die Multiplikation mit einem einzigen Verhältnisse die gesuchte Zahl finden; oft kommt man erst durch 2 oder noch mehrere Verhältnisse zum Ziel. Z. B.:

Wenn 2 Weber in 3 Tagen 30 Ellen Tuch machen, wie viele Ellen können 6 Weber in 4 Tagen machen?

Antw. 120 Ellen.

Hier erhält man die gesuchten Ellen nicht, indem man die 30 Ellen blos mit dem Verhältnisse der Arbeiter nämlich mit $\frac{6}{2}$ multiplizirt, man muß auch auf die Tage Rücksicht nehmen. Dieses geschieht aber, indem man 30 $\times \frac{6}{2}$ noch mit dem Verhältnisse der Tage multiplizirt, dieß gibt:

$$30 \times \frac{6}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{30 \times 6 \times 4}{2 \times 3} = 120 \text{ Ellen.}$$

Wenn man 30 blos mit dem Verhältnisse der Arbeiter multiplizirt, so erhält man offenbar die Anzahl der Ellen, welche 6 Weber in derselben Zeit, nämlich in 30 Tagen machen können.

Nun würde die zweite Frage seyn: Wenn 6 Weber in 3 Tagen 30 $\times \frac{6}{2}$ Ellen d. i. 90 Ellen machen können, wie viele Ellen können sie in 4 Tagen machen. Die Antwort ist offenbar 90 $\times \frac{4}{3} = 120$ Ellen.

*§. 301. **1te Methode.** Durch Verhältnisse.

Wenn man wie bisher die Aufgabe in zwei Sätzen geschrieben hat, so ergibt sich für die Auflösung folgende Regel:

Man multiplizire die über dem Fragezeichen stehende Zahl nach und nach mit den Verhälnissen aller andern übereinanderstehenden Zahlen; mit dem geraden Verhältnisse, wenn die zwei übereinanderstehenden Zahlen mit den Zahlen der gesuchten Art in geradem Verhältnisse stehen, mit dem umgekehrten, wenn das Verhältniß umgekehrt ist.

1. B. 2 Weber machen in 3 Tagen 30 Ellen
6 Weber „ 4 Tagen ? Ellen.

Auflösung: Mehr Weber machen mehr Ellen, also gerades Verhältniß, 30 Ellen werden also mit $\frac{6}{2}$ multiplizirt, dieß gibt $\frac{30 \times 6}{2}$

In mehr Tagen werden mehr Ellen verfertigt, also wieder gerades Verhälniß, folglich wird $\frac{30 \times 6}{2}$ mit $\frac{4}{3}$ multiplizirt, dieß gibt $\frac{30 \times 6 \times 4}{2 \times 3} = 120$ Ellen.

§. 302. Die Regel, eine Aufgabe durch Multiplikation mit mehreren Verhältnissen aufzulösen, heißt die zusammengesetzte Regel Detri.

Man sieht aus der vorhergehenden Auflösung, daß das Verfahren, welches bei dem einfachen Dreisatze befolgt wurde, beim zusammengesetzten nur mehreremal wiederholt wird.

Beisp. 2. Wenn 2 Ellen 3 Viertel breites Tuch 10 fl. kosten, wie viel werden 6 Ellen 4 Viertel breites Tuch kosten?

2 Ellen 3 Viertel breites kosten 10 fl.
6 Ellen 4 Viertel breites ? fl.

$$x = 10 \times \frac{6}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{10 \times 6 \times 4}{2 \times 3} = 40 \text{ fl.}$$

Mehr Ellen kosten mehr, also gerades Verhältniß; breiteres Tuch kostet mehr, also wieder gerades Verhältniß.

3. B. Wie viele Ellen 4 Viertel breites Tuch bekommt man für 40 fl., wenn 2 Ellen 3 Viertel breites Tuch 10 fl. kosten?

2 Ellen 3 Viertel breit kosten 10 fl.
? Ellen 4 " " 40 fl.

$$x = 2 \times \frac{3}{4} \times \frac{40}{10} = \frac{2 \times 3 \times 40}{4 \times 10} = 6 \text{ Ellen.}$$

Von breiterem Tuch bekommt man weniger Ellen, also umgekehrtes Verhältniß. Für mehr Gulden bekommt man mehr Ellen, also gerades Verhältniß.

B. 4. Wie viele Weber sind nothwendig, wenn in 4 Tagen 120 Ellen fertig werden sollen; wenn 2 Weber in 3 Tagen 30 Ellen machen können?

2 Weber machen in 3 Tagen 30 Ellen
? " " 4 " 120 "

$$x = 2 \times \frac{3}{4} \times \frac{120}{30} = \frac{2 \times 3 \times 120}{4 \times 30} = 6.$$

Wenn länger gearbeitet wird, braucht man weniger Arbeiter. Die Tage stehen daher mit den Arbeitern in umgekehrtem Verhältnisse.

Zu mehr Ellen braucht man mehr Arbeiter, also gerades Verhältniß.

B. 5. Wie viele Tage brauchen 2 Weber zu 30 Ellen, wenn 6 Weber in 4 Tagen 120 Ellen machen?

6 Weber machen in 4 Tagen 120 Ellen
2 Weber " " ? " 30 Ellen

$$x = 4 \times \frac{6}{2} \times \frac{30}{120}$$

Wenn weniger Weber da sind, so brauchen sie mehr Tage, also umgekehrtes Verhältniß.

Zu weniger Ellen braucht man weniger Tage, also gerades Verhältniß.

Gerades Verhältniß findet Statt, wenn man auf mehr mit mehr, oder auf weniger mit weniger antwortet.

Umgekehrtes Verhältniß findet Statt, wenn man auf

mehr mit weniger, oder auf weniger mit mehr antwortet.

Bei geradem Verhältnisse wird die untere Zahl in den Zähler gesetzt, bei umgekehrtem die obere, die untere mag größer oder kleiner seyn, als die obere. §. 291.

§. 303. 2te Methode siehe oben §. 292.

B. 6. 6 Weber machen in 4 Tagen 120 Ellen
? " " 3 30 "

$$x = \frac{6 \times 4 \times 30}{3 \times 120} = 2 \text{ Weber.}$$

Wenn weniger Tage gearbeitet wird, so braucht man mehr Weber, also muß mit der größern Zahl multiplizirt und mit der kleinern dividirt werden. Zu weniger Ellen braucht man weniger Weber, also muß mit der kleinern Zahl multiplizirt und mit der größern dividirt werden.

B. 7. Wenn 6 Ellen 4 Viertel breites Tuch 4 fl. kosten, wie viele Ellen 3 Viertel breites Tuch bekommt man für 10 fl.

6 Ellen 4 Viertel breit 40 fl.
? " 3 " 10 fl.

$$x = \frac{6 \times 4 \times 10}{3 \times 40} = 2 \text{ Ellen.}$$

Von schmälerem Tuch bekommt man mehr Ellen, also mit der größern Zahl multiplizirt und mit der kleinern dividirt. Für weniger Geld bekommt man weniger Ellen; also mit der kleinern Zahl multiplizirt und mit der größern dividirt.

B. 8. Wenn 10 Arbeiter in 3 Tagen einen Graben machen. welcher 40 Meter lang, 6 Meter breit und 75 Centimeter tief ist, wie viele Arbeiter werden in 4 Tagen einen Graben ausheben, der 60 Meter lang, 2 Meter breit und 120 Centimeter tief ist?

10 Arb. 3 Tag. 40^{m} lang 6^{m} breit 75^{cm} tief
? Arb. 4 Tag. 60^{m} lang 2^{m} br. 120^{cm} tief

$$x = \frac{10 \times 3 \times 60 \times 120}{4 \times 40 \times 6 \times 75} = 6 \text{ Arbeiter.}$$

Weil an dem neuen Graben länger gearbeitet wird, so sind weniger Arbeiter nothwendig, also mit der kleinern Zahl multiplizirt und mit der größern dividirt, das ist, 3 über den Strich und 4 darunter.

Weil der neue Graben länger wird, so braucht man mehr Arbeiter, also mit der größern Zahl multiplizirt und mit der kleinern dividirt. 60 über den Strich, 40 darunter.

Weil der neue Graben nicht so breit wird, so braucht man weniger Arbeiter, also mit der kleinern Zahl multiplizirt und mit der größern dividirt.

Weil der neue Graben tiefer werden soll, so sind deswegen mehr Arbeiter nothwendig, also mit der größern Zahl multiplizirt, mit der kleinern dividirt.

Alle untern Zahlen, welche mit der Anzahl der Arbeiter ab und zunehmen, kommen über den Strich, diejenigen untern Zahlen, welche abnehmen, wenn die Arbeiter zunehmen und umgekehrt, kommen unter den Strich.

Die Länge, Breite und Tiefe des Grabens nimmt mit den Arbeitern zu, deswegen kommen diese untern Zahlen über den Strich, als Multiplikatoren. Die Anzahl der Arbeitstage hingegen nimmt ab, wenn die Arbeiter zunehmen, deswegen kommt 4 unter den Strich.

* §. 304. 3te Methode. Auflösung nach der Reesischen Regel.

In den vorhergehenden Beispielen ist bald die Ursache, bald die von der Ursache hervorgebrachte Wirkung zusammengesetzt aus mehreren Zahlen. In dem letzten Beispiel sind beide Ursache und Wirkung, zusammengesetzt. Die Arbeiter und die von denselben verwendete Zeit bilden zusammen die Ursache, durch welche der Graben hervorgebracht wird. Die Wirkung, d. i. die Größe des Grabens, liegt in seiner Länge, Breite und Tiefe und wird daher als aus diesen zusammengesetzt betrachtet. Bei der Auflösung von dergleichen Beispielen nach dem Reesischen Ansatze befolgt man ganz die oben §. 295 gegebene Regel, nur muß man hier

als Ursache und Wirkung nicht Eine, sondern alle Zahlen zusammen hinschreiben, welche die Ursache und Wirkung bilden.

Der Ansatz des vorigen Beispiels steht so:

? Arbeiter	60 Meter lang
4 Tage	2 Meter breit
	120 Centim. tief
40 Meter lang	10 Arbeiter
6 Meter breit	3 Tage
75 Centim. tief	

$$x = \frac{60 \times 2 \times 120 \times 10 \times 3}{4 \times 40 \times 6 \times 75} = 6$$

Nun werden die Zahlen auf der rechten Seite mit einander multiplizirt und was herauskommt, wird mit dem Produkte der auf der linken Seite stehenden Zahlen dividirt.

* §. 305. Die Reesische Regel ist keine Regel, welche blindlings befolgt werden kann, weil bei jeder Aufgabe untersucht werden muß, welche Zahlen als Ursache und welche als Wirkung angesehen werden müssen, eine Untersuchung, die in manchen Fällen sehr schwierig ist. Es sey das Beispiel §. 293 Nro. 3.

Von einem Zeug, welcher 3 Viertel breit ist, braucht man 8 Ellen, wie viele Ellen muß man haben, wenn der Zeug 4 Viertel breit ist.

In dieser Aufgabe kommt gar keine Wirkung vor. Man muß sich erst eine schaffen, etwa ein Kleid, zu welchem der Zeug in beiden Fällen verwendet werden soll, und dieses Kleid muß in jedem Satze als Wirkung gedacht werden. Die beiden Sätze heißen nun:

1) Zu einem Kleide braucht man 8 Ellen 3 Viertel breit,
zu demselben Kleide ? Ellen 4 Viertel breit?

Das Kleid ist in jedem Satze die einfache Wirkung, die Länge und Breite des Zeuges die Ursache. Der Ansatz ist daher folgender:

{? Ellen lang {4 Viertel breit	1 Kleid
1 Kleid	8 Ellen lang } 3 Viertel breit } $x = \frac{\times 3}{4} = 6$

§. 306. 4te Methode oder Reduktion auf 1. §. 299.

B. 1. 2 Weber machen in 3 Tagen 30 Ellen, wie viele Ellen machen 6 Weber in 4 Tagen? Man suche zuerst, was 1 Weber in einem Tag macht.

Wenn 2 Weber in 3 Tagen 30 Ellen machen,

so macht 1 Weber in 1 Tag $\frac{30}{2 \times 3} = 5$ Ellen.

6 Weber also in 4 Tagen $5 \times 24 = 120$ Ellen.

B. 2. Wie viele Tage brauchen 6 Weber zu 120 Ellen, wenn 2 Weber in 3 Tagen 30 Ellen machen?

Wenn 2 Weber in 3 Tagen 30 Ellen machen
so macht 1 Weber in 1 Tag 5
6 Weber in 1 Tag also 30 Ellen

So oft nun 30 Ellen in 120 Ellen enthalten sind, so viele Tage brauchen sie. 120 mit 30 dividirt gibt 4 Tage.

B. 3. Wie viele Ellen 4 Viertel breites Tuch bekommt man für 40 fl., wenn 2 Ellen 3 Viertel breites Tuch 10 fl. kosten?

Wenn 2 Ellen 3 Viertel breites Tuch 10 fl. kosten, so
kostet 1 Elle 1 Viertel breites Tuch $\frac{10}{6}$ oder $\frac{5}{3}$ fl.
also 1 Elle 4 Viertel breites Tuch $\frac{20}{3}$ fl.

So oft nun $\frac{20}{3}$ fl. in 40 fl. enthalten sind, so oft bekommt man 1 Elle; dies ist 40 mit $\frac{20}{3}$ dividirt gibt 6 Ellen.

B. 4. Wenn 300 fl. Kapital in 4 Jahren 60 fl. Zinsen geben, was geben 400 fl. in 6 Jahren?

Wenn 300 fl. in 4 Jahren 60 fl. Zinsen geben

so geben 100 fl. in 1 Jahr $\frac{60}{12}$ fl. oder 5 fl.

400 fl. in 6 Jahren also 5 × 24 fl. = 120 fl.

B. 5. Wenn 400 fl. in 6 Jahren 120 fl. Zinsen geben, welches Kapital gibt in 4 Jahren 60 fl. Zinsen?

Wenn 400 fl. in 6 Jahren 120 fl. Zinsen geben

so geben 100 fl. in 1 Jahr $\frac{120}{24} = 5$ fl.

1 fl in 1 Jahr $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$ fl.

1 fl. in 4 Jahren also $\frac{4}{20}$ oder $\frac{1}{5}$ fl.

So oft nun $\frac{1}{5}$ fl. in 60 fl. enthalten ist, soviele Gulden Kapital sind es, 60 mit $\frac{1}{5}$ dividirt gibt 300 fl.

B. 6. Wenn 100 fl. in 1 Jahr 5 fl. Zinsen geben, wie lange müssen 400 fl. stehen, um 120 fl. Zinsen zu tragen

Wenn 100 fl. in 1 Jahr 5 fl. Zinsen geben
so geben 400 fl. in 1 Jahr 20 fl.
so oft nun 20 fl. in 120 fl. enthalten sind, so viele Jahre müssen sie ausstehen. 120 mit 20 dividirt gibt 6 Jahre.

B. 7. Wenn 10 Arbeiter in 3 Tagen einen Kanal ausheben können, welcher 40 Meter lang, 6 Meter breit und $0,^{m}75$ tief ist. Wie viele Arbeiter sind erforderlich, wenn in 4 Tagen ein Kanal von 60 Meter Länge, 2 Meter Breite und $1,^{m}20$ Tiefe ausgehoben werden soll?

Der Kubikinhalt des ersten Kanals ist 40 × 6 × 0,75 K.Meter = 180 K.Meter.

Der Kubikinhalt des zweiten Kanals ist 60 × 2 × 1,20 K.Meter = 144 K.Meter. Man sehe oben §. 261 die Berechnungen des Inhalts.

1 Arbeiter hat also am ersten Kanal täglich $\frac{180}{30} = 6$ Kubikmeter ausgehoben.

In 4 Tagen kann also 1 Arbeiter 24 K.-Meter ausheben; so oft nun diese Zahl in dem Kubikinhalt des neuen Kanals enthalten ist, so viele Arbeiter müssen angestellt werden. 144 mit 24 dividirt gibt 6 Arbeiter.

B. 8. Wenn 19 Arbeiter in 3 Tagen einen Kanal ausheben können, der 40 Meter lang, 6 Meter breit, $0,^{m}75$ tief ist, wie lange werden 6 solche Arbeiter einen andern Kanal machen können, der 4 Meter breit und 0,60 Centimeter tief ist, wenn sie 4 Tage arbeiten?

Man berechne wie in der vorigen Aufgabe zuerst, wie viele Kubikmeter ein Arbeiter in einem Tage ausheben kann. Man findet 6 Kubikmeter.

Wenn nun ein Arbeiter in einem Tag 6 Kubikmeter ausheben kann, so können 6 Arbeiter in 4 Tagen 24mal 6 das ist 144 Kubikmeter ausheben. Der neue Kanal enthält also 144 Kubikmeter. Den Kubikinhalt des Kanals mit dem Produkt der Breite und Tiefe dividirt, gibt die Länge. $0,^{m}60$ mit 4^{m} multiplizirt, gibt 2,4 □Meter, 144 mit 2,4 dividirt, gibt 60 Meter.

Oder 144 mit der Tiefe $0,^{m}60$ dividirt, gibt die Oberfläche, nämlich 240 □Meter. Die obere Fläche mit der Breite dividirt, gibt die Länge, 240 mit 4 dividirt, gibt 60 Meter für die Länge.

B. 9. Wenn 10 Weber 4 Wochen lang, jede Woche 5 Tage, jeden Tag 10 Stunden arbeiten, und in dieser Zeit 50 Stücke Tuch, jedes 40 Meter lang, 1,25 Meter breit verfertigen; wie viele Stücke von 50 Meter Länge und 1,5 Meter Breite werden 18 Weber in 10 Wochen jede Woche zu 6 Tagen und jeden Tag zu 12 Stunden gerechnet verfertigen?

Auflösung.

4 Wochen jede Woche zu 5 Tagen jeder Tag zu 10 Stunden, sind 200 Stunden. Ein Stück zu 40^{m} Länge und $1,^{m}25$ Breite enthält 50 □Meter, 50 Stücke also 2500 □Meter.

10 Weber machen also in 200 Stunden 2500 □Meter

1 Weber macht also in 1 Stunde $\frac{2500}{2000} = 1,25$ □Meter

10 Wochen zu 6 Tagen jeden Tag zu 12 Stunden sind 720 Stunden.

1 Weber macht in diesen 720 Stunden 1,25 × 720 = 900 []Meter.

18 Weber also 16200 []Meter.

Jedes neue Stück zu 50^m Länge und $1,^m5$ Breite enthält 75 []Meter, So oft nun 75 []Meter in 16200 []Meter enthalten sind, so viele Stücke gibts. 16200 mit 75 dividirt gibt 216 Stücke.

§. 307. Durch dergleichen Vereinfachungen werden die Aufgaben erst recht deutlich und die Auflösungen alsdann um so leichter und zuverlässiger.

Zusätze zu allen Aufgaben der einfachen und zusammengesetzten Regel Detri.

§. 308. 1.) Ehe man die Faktoren des Dividenden und des Divisors unter einander multipizirt, nehme man die möglichen Reduktionen durch gemeinschaftliche Theiler vor. Siehe §. 83, 84, 85 und §. 139.

§. 309. 2.) Wenn in den zwei Sätzen, woraus die Aufgabe besteht, über einanderstehende Zahlen nicht gleichnamig sind, so muß man sie gleichnamig machen.

Dies geschieht, indem man entweder die größern Einheiten in kleinere verwandelt, oder die kleinern in Bruchtheile der größern, und im letzten Fall die Ganzen mit den angehängten Brüchen in uneigentliche Brüche verwandelt. Z. B.:

Wenn 2 ℔ Kirschen 3 kr. kosten, wie viele Pfund bekommt man für 2 fl.?

2 ℔ Kirschen kosten 3 kr.
? " " " 2 fl.

In dieser Aufgabe müssen entweder die Gulden in Kreuzer oder die Kreuzer in Guldentheile verwandelt werden.

Die beiden Sätze stehen also entweder

so: 2 ℔ 3 kr. oder so: 2 ℔ $\frac{1}{20}$ fl.
? 120 kr. ? 2 fl.

$$x = \frac{2 \times 120}{3} = 80 \text{ ℔} \qquad x = \frac{2 \times 2}{\frac{1}{20}} = \frac{2 \times 2 \times 20}{1} = 80$$

§. 310. 3.) Wenn Brüche vorkommen, so schreibt man die Nenner eines jeden Bruchs auf die entgegengesetzte Seite des Strichs. Durch dieses Versetzen wird das Resultat nicht geändert, weil Dividend und Divisor dadurch gleichvielmal größer werden. Z. B.:

Die Aufgabe

40 Arb. machen in $6\frac{2}{3}$ Tag. einen 300^{m} lang. u. 2^{m} br. Graben
? Arb. $3\frac{1}{5}$ Tag. " 240^{m} lang u. 75^{cm} br. "

muß so umgeändert werden:

40 Arb. $\frac{20}{3}$ Tag 300 Meter lang 200 Centim. br.
? Arb. $\frac{16}{5}$ Tag 240 Meter " 75 Centim. br.

$$x = \frac{40 \times \frac{20}{3} \times 240 \times 75}{\frac{16}{5} \times 300 \times 200} = \frac{40 \times 20 \times 240 \times 75 \times 5}{16 \times 300 \times 200 \times 3} = 25$$

Beispiele zur Uebung des einfachen Dreisatzes.

Ein jedes der nachstehenden Beispiele kann zu vier verschiedenen Aufgaben, welche der Lehrer leicht in Worte einkleiden wird, benützt werden; man darf nur immer anstatt einer der vier gegebenen Zahlen das Fragezeichen setzen. Das erste Beispiel gibt die folgenden Aufgaben:

a.) Wenn 2 Kilogr. 6 fl. kosten, was kosten 7 Kilogr.? Antw. 21 fl.

b.) Wenn man für 6 fl. 2 Kilogr. bekommt, wie viele Kilogr. bekommt man für 21 fl.? Antw. 7 Kilogr.

c.) Wenn 7 Kilogr. 21 fl. kosten, was kosten 2 Kilogr.? Antw. 6 fl.

d.) Wenn man für 21 fl. 7 Kilogr. bekommt, wie viele Kilogr. bekommt man für 6 fl. Antw. 2 Kilogr.

Der Lehrer kann auch die vier Zahlen je zwei und zwei unter einander an die Lehrtafel schreiben, eine derselben durch das Fragezeichen ersetzen und die dazu gehörige Aufgabe alsdann von den Schülern bilden lassen.

	K.gr.	fl.
Z. B. so:	2	6
	7	?

		K.gr.	fl.		K.gr.	fl.
1.)	wenn	2	6	kosten, so kosten	7	21
2.)	"	10	50	"	9	45
3.)	"	2	5	"	4	10
4.)	"	3	7	"	12	28
5.)	"	5	8	"	45	72
6.)	"	6	5	"	2	$1\frac{1}{3}$
7.)	"	15	7	"	3	$1\frac{2}{5}$
8.)	"	60	23	"	4	$1\frac{8}{15}$
9.)	"	3	1	"	7	$2\frac{1}{3}$
10.)	"	5	1	"	42	$8\frac{2}{5}$
11.)	"	20	1	"	33	$1\frac{13}{20}$
12.)	"	4	5	"	7	$8\frac{3}{4}$
		lit.	fl.		lit.	fl.
13.)	wenn	12	11	kosten, so kosten	5	$4\frac{7}{12}$
14.)	"	12	15	"	13	$16\frac{1}{4}$
15.)	"	12	20	"	17	$28\frac{1}{3}$
16.)	"	30	45	"	29	$43\frac{1}{2}$
17.)	"	6	8	"	15	20
18.)	"	12	15	"	20	25
19.)	"	48	18	"	36	$13\frac{1}{2}$
20.)	"	12	8	"	15	10
21.)	"	24	15	"	20	$12\frac{1}{2}$
22.)	"	20	36	"	45	81
23.)	"	21	48	"	35	80
24.)	"	40	25	"	36	$22\frac{1}{2}$

		K.gr.	fl.		K.gr.	fl.
25.)	wenn	5	$\frac{3}{4}$	kosten, so kosten	9	$1\frac{7}{20}$
26.)	"	5	9	"	$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{5}$
27.)	"	5	$\frac{2}{3}$	"	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$
28.)	"	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	"	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$
29.)	"	5	$2\frac{3}{4}$	"	$5\frac{1}{3}$	$2\frac{14}{15}$
30.)	"	$6\frac{2}{3}$	$8\frac{3}{4}$	"	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{10}$
31.)	"	$3\frac{3}{4}$	$2\frac{2}{3}$	"	$9\frac{3}{8}$	$6\frac{2}{3}$

		Meter	fl.		Meter	fl.
32.)	wenn	1,20	3	kosten, so kosten	2,80	7
33.)	"	4,50	5	"	7,20	8
34.)	"	0,86	1	"	4,20	5
35.)	"	7,00	4	"	8,75	5
36.)	"	1,40	2	"	6,30	9
37.)	"	2,4	12	"	4,2	21

		lit.	K.gr.		lit.	K.gr.
38.)	wenn	1,2	1,500	wiegen, so wiegen	1,3	1,625
39.)	"	1,5	2,250	"	2,9	4,350
40.)	"	2,0	0,600	"	2,5	0,750
41.)	"	4,8	3,600	"	1,8	1,350
42.)	"	2,4	1,500	"	1,0	0,625
43.)	"	1,2	5,400	"	1,4	0,300

44.)	wenn	5 lit.	3 fl. — kr.	kosten, so kosten	7 H.lit.	420 fl.
45.)		6 H.lit.	225 fl. — kr.		4 lit.	$1\frac{1}{3}$ fl.
46.)		5 lit.	2 fl. 30 kr.		9 lit.	4 fl. 30 kr.
47.)		6 lit.	3 fl. 37 kr.		11 lit.	6 fl. $36\frac{1}{6}$ kr.

48.)	wenn	3 ℔ 24 L.	2 fl. 40 kr.	kosten, so kosten	9 ℔ 12 L.	6 fl. 40 kr.
49.)		3 Meter	— $7\frac{1}{2}$ kr.		50 Meter	
50.)		5 Loth	— 10 kr.		7 ℔	7 fl. 18 kr.
51.)		5 ℔	— 30 kr.		80 ℔	8 fl. — kr.
52.)		10 Loth	— 15 kr.		3 ℔	2 fl. 24 kr.
53.)		8 Loth	— 12 kr.		9 ℔	7 fl. 12 kr.
54.)	wenn	10 Loth	3 fl.	kosten, so kosten	3 ℔ 5 L.	68 fl. 42 kr.
55.)		8 ℔	— 44 kr.		48 ℔	5 fl. 24 kr.
56.)		3 ℔	— 51 kr.		20 ℔	5 fl. 20 kr.
57.)		4 ℔ 16 L.	— 54 kr.		15 ℔ 16 L.	3 fl. 6 kr.
58.)		10 Loth	— 24 kr.		7 ℔ 16 L.	9 fl. 36 kr.

		Arbeiter.	Tage.		Arbeiter.	Tage.
59.)	wenn	3	10	brauchen, so brauchen	6	5
60.)	„	15	2		10	3
61.)	„	6	5		3	10
62.)	„	4	12		6	8
63.)	„	10	8		4	20
64.)	„	4	21		6	14
65.)	„	8	30		40	6

Aecker von gleicher Oberfläche.

	Met. lang	Met. breit		Met. lang	Met. breit.
66.)	800	30	=	600	40
67.)	600	20	=	400	30
68.)	1500	20	=	600	50

Zeuge von gleicher Oberfläche

	lang.	breit.		lang.	breit.
69.)	7,^{m}	3,^{m}	=	10,^{m}5	2,^{m}
70.)	9,^{m}00	0,^{m}75	=	4,^{m}50	1,^{m}50
71.)	2,^{m}10	2,^{m}75	=	7,^{m}70	0,^{m}75
72.)	9,^{m}00	2,^{m}50	=	10,^{m}00	2,^{m}25
73.)	1,^{m}08	2,^{m}50	=	1,^{m}800	1,^{m}50

Beispiele zur Uebung des zusammengesetzten Dreisatzes.

	Arb.		Tag.		tägl. St.	Stücke.
1.)	4	machen in	2	zu	9	3
	5	„	6		8	4
2.)	5	„	8		9	9
	8	„	6		10	12
3.)	3	„	6		10	5
	4	„	8		9	8

			Länge. Met.	Breite. Met.		□Met.
4.)	3 Arbeiter machen ein Stück von		60	2	=	120
	4 „	„	64	2,5	=	160
5.)	2 „	„	22,5	6	=	135
	5 „	„	90	3,75	=	337,5

					□Met.
6.)	5	Arbeiter machen in	3	Tagen	40
	2	"	$13\frac{1}{8}$	"	70
7.)	7	"	5	"	30
	2	"	$52\frac{1}{2}$	"	90
8.)	5	"	8	"	30
	4	"	$2\frac{1}{3}$	"	7
9.)	4	"	12	"	14,5
	8	"	$13\frac{1}{3}$	"	30

	Arb.	Tage.	tägl. St.	Met. lang	Met. breit			□Met.
10.)	2	6 zu	10	20	4		=	80
	4	3	9	9	8		=	72
				lang	breit	hoch		K.Met.
11.)	8	3		40	12	4	=	1920
	5	6		80	10	3	=	2400
12.)	12	24	7	115,2	8	6	=	5469,6
	7	10	10	96,0	5	4	=	1920,0
13.)	20	12	8	56	6	8	=	2688
	15	10	10	60	5	7	=	2100
14.)	8	15	10	300	5	3	=	4500
	11	24	8	330	6	4	=	7920
15.)	9	30	10	90	15	4	=	540
	5	18	8	60	8	3	=	1440

	Personen.		Tag.	
16.)	13	verdienen in	11	$47\frac{2}{3}$ fl.
	1	"	1	$\frac{1}{3}$ fl.
17.)	7	machen in	9	$25,^{m}2$
	5	"	3	6^{m}
18.)	1	verzehren in	1	2 ℔
	60	"	120	14400 ℔

	Personen.		Tag.	
19.)	2	verdienen in	4	3 fl.
	5	„	9	$16\frac{7}{8}$ fl.

Ein Stück

	lang	breit			kostet
20.)	4^{m}	2^{m}	=	8 □m	5 fl.
	7^{m}	3^{m}	=	21 □m	$13\frac{1}{8}$ fl.
21.)	25^{m}	6^{m}	=	150 □m	90 fl.
	20^{m}	10^{m}	=	200 □m	120 fl.

	Personen.		Tag.	
22.)	3	verdienen in	2	5 fl.
	7	„	11	$64\frac{1}{6}$ fl.
23.)	4	„	2	7 fl.
	5	„	9	$39\frac{3}{8}$ fl.
24.)	3	machen in	4	6^{m}
	7	„	5	$17,^{m}5$
25.)	4	verzehren in	$2\frac{1}{2}$	7 fl.
	5	„	8	30 fl.
36.)	8	machen in	6	$4,^{m}5$
	4	„	10	$3,^{m}75$
37.)	4	„	$7\frac{1}{2}$	$6,^{m}75$
	5	„	2	$2,^{m}25$

Zeug

	lang Meter.	breit Meter.			
38.)	40	$\frac{2}{4}$	aus	24	℔ Garn
	90	$\frac{6}{4}$	„	36	„
39.)	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{4}$	„	$1\frac{1}{2}$	„
	$47\frac{1}{4}$	5	„	21	„
40.)	3	$1\frac{1}{2}$	„	1	„
	54	$2\frac{1}{2}$	„	30	„

	lang	breit		kostet
41.)	30^{m}	2^{m}	$= 60\square^{m}$	20 fl.
	60^{m}	$2,^{m}5$	$= 150\square^{m}$	50 fl.
42.)	10^{m}	$1,^{m}5$	$= 15\square^{m}$	3 fl.
	75^{m}	2^{m}	$= 150\square^{m}$	30 fl.
43.)	10^{m}	$1,^{m}6$	$= 16\square^{m}$	30 fl.
	11^{m}	$1,^{m}2$	$= 13,2\square^{m}$	24¾ fl.
44.)	15^{m}	$0,^{m}75$		12 fl.
	$18,^{m}75$	$1,^{m}00$		20 fl.

---

§. 311. Nach den verschiedenen Arten von Aufgaben, auf welche der einfache und zusammengesetzte Dreisatz angewendet wird, nimmt derselbe verschiedene Namen an, als: Zins- oder Interessen-Rechnung, Diskonto- und Rabatt-Rechnung, Theilungs-Rechnung, Gesellschafts-Rechnung, Steuer-Rechnung, Vermischungs-Rechnung.

Interessen-Rechnung.

§. 312. *Die Zins- oder Interessen-Rechnung* lehrt die Zinsen zu berechnen, welche ein gegebenes Kapital in einer gegebenen Zeit zu gewissen Prozenten ausgeliehen einträgt und umgekehrt.

Die Zinsrechnungen werden ganz nach den Regeln des einfachen oder zusammengesetzten Dreisatzes geführt. Es ist nur dabey zu bemerken, daß man den Ausdruck *Prozent* in seine eigentliche Bedeutung auflöst. Nämlich anstatt zu 5 Prozent sage man, wenn 100 fl. in 1 Jahr 5 fl. Zinsen tragen. Anstatt zu wie viel Prozent? sage man: wie viele Zinsen tragen 100 fl. in 1 Jahr.

B. 1. Wie viele Zinsen geben 840 fl. zu 5 p$\frac{c}{o}$ in 1 Jahr?

Diese Aufgabe steht so:

100 fl. tragen in 1 Jahr 5 fl. Zinsen
840 fl. 1 ?

$$x = \frac{5 \times 840}{100} = 42 \text{ fl.}$$

B. 2. Welches Kapital trägt in 1 Jahr zu 5 p$\frac{c}{o}$ 63 fl.?

Diese Aufgabe steht so:

100 fl. tragen in 1 Jahr 5 fl. Zinsen
? fl. 1 63 fl.

$$x = \frac{100 \times 63}{5} = 1260 \text{ fl.}$$

B. 3. Wenn 750 in 1 Jahr 30 fl. Zinsen tragen, zu wie viel Prozent oder zu welchem Zinsfuß sind sie ausgeliehen?

Diese Aufgabe steht so:

750 fl. Kap. geben in 1 Jahr 30 fl. Zinsen
100 fl. Kap. „ 1 ?

$$x = \frac{30 \times 100}{750} = 4 \text{ fl.};$$

100 fl. geben also in 1 Jahr 4 fl. Zinsen, das heißt, das Kapital ist zu 4 p$\frac{c}{o}$ ausgeliehen.

§. 213. Besondere Vortheile bei der Zinsrechnung zu 5 p$\frac{c}{o}$.

Die jährlichen Zinsen zu 5 p$\frac{c}{o}$ kann man dadurch erhalten, daß man das Kapital mit 20 dividirt weil

20 fl. zu 5 p$\frac{c}{o}$ 1 fl. Interessen geben

Im 1ten Beispiel findet man auf diese Weise 840 : 20 = 42 fl.

Weil 20 fl. zu 5 $p^o/_o$ in einem Jahr 1 fl. Zinsen geben, so gibt 1 fl. Kapital $\frac{1}{20}$ fl. oder 3 kr. oder 1 Groschen Zinsen.

So viel fl. Kapital, so viele Groschen jährliche Zinsen erhält man daher. Z. B.:

847 fl. geben jährlich 847 Groschen. Um diese Groschen zu Gulden zu machen, schneidet man die 7 Groschen ab und nimmt von 84 die Hälfte, dies gibt 42 fl. und 7 Groschen oder 42 fl. 21 kr.

Die Groschen werden auf diese Weise zu Gulden, weil 10 Groschen einen halben Gulden geben. 840 Groschen geben also 84 halbe oder 42 ganze Gulden.

Hat man die Interessen von 1 Jahr, so findet man die Interessen von mehreren Jahren, indem man die einjährigen Interessen mit der Anzahl von Jahren multiplizirt. Z. B.

Weil 847 fl.	in 1 Jahr	847 Groschen geben,		
so erhält man	in 3 Jahr	2541 Gr.	=	127 fl. 3 kr.
	in $3\frac{1}{2}$ Jahr	2541 Gr. und		
	noch	$423\frac{1}{2}$ Gr.		
	also zusammen	$2964\frac{1}{2}$ Gr.	=	148 fl. $4\frac{1}{2}$ Gr.
			=	148 fl. $13\frac{1}{2}$ kr.

wie viel in 3 Jahren und 7 Monaten

Antwort:	in 3 Jahren	2541 Gr.		
	in $\frac{1}{2}$ Jahr	$423\frac{1}{2}$		
	in $\frac{1}{12}$ Jahr	$70\frac{7}{12}$		
	zusammen	$3034\frac{1}{12}$ Gr.	=	151 fl. $15\frac{1}{12}$ Gr.
			=	151 fl. $45\frac{1}{4}$ kr.

B. 4. Wie viele Zinsen tragen 735 fl. 25 kr. in 3 Jahren zu 4 p%.

100 fl. tragen in 1 Jahr 4 fl. Zinsen
735 fl. 25 kr. 3 Jahr ?

Die Kapitalien zu Kreuzer gemacht.

6000 kr. 1 Jahr 4 fl.
44125 kr. 3 Jahr ?

$$x = \frac{4 \times 44125 \times 3}{6000 \times 1} = 88\tfrac{1}{4} \text{ fl.} = 88 \text{ fl. } 15 \text{ kr.}$$

oder die Kreuzer als Guldentheile angeschrieben.

100 fl. 1 J. 4 Z.
$735\frac{5}{12}$ fl. 3 J. ?

$$x = \frac{4 \times 735\frac{5}{12} \times 3}{100 \times 1}$$

$$= \frac{4 \times 8825 \times 3}{100 \times 12} = 88\tfrac{1}{4} \text{ fl.}$$

B. 5. Welches Kapieal trägt in 3 Jahren zu 4 p% $88\frac{1}{4}$ fl.?

100 fl. tragen in 1 Jahr 4 fl. Zinsen
? 3 $88\frac{1}{2}$

$$x = \frac{100 \times 1 \times 88\frac{1}{4}}{3 \times 4} = \frac{100 \times 1 \times 353}{3 \times 4 \times 4} = 735\tfrac{5}{12} \text{ fl.}$$

B. 6. Zu wie viel Prozent müssen 735 fl. 25 kr. ausgeliehen werden, um in 3 Jahren 88 fl. 15 kr. zu tragen?

$735\frac{5}{12}$ fl. geben in 3 Jahren $88\frac{1}{4}$ fl. Zinsen
100 1 ?

$$x = \frac{\frac{353}{4} \times 1 \times 100}{3 \times 8825} = \frac{353 \times 100 \times 12}{3 \times 8825 \times 4} = 4 \text{ fl.}$$

B. 7. Wie lange müssen 4500 fl. zu 4 p% ausgeliehen werden um 600 fl. Zinsen zu tragen?

100 tragen in 1 Jahr 5 fl. Zinsen
4500 ? 600

$$\frac{1 \times 100 \times 600}{4500 \times 5} = 2\tfrac{2}{3} \text{ Jahr} = 2 \text{ Jahr } 8 \text{ Monate.}$$

8. Das Beisp. 5. Welches Kapital gibt in 3 Jahren zu 5 p$\frac{0}{0}$ 88$\frac{1}{4}$ fl. Zinsen?

Auflösung nach der 4ten Methode (durch Reduktion auf 1.)

100 fl. geben in 1 Jahr 4 fl. Zinsen
in 3 Jahren 12 fl.
1 fl. in 3 Jahren $\frac{12}{100}$ fl.

So oft $\frac{12}{100}$ fl. in 88$\frac{1}{4}$ enthalten sind, so viele fl. Kapital sind es. $88\frac{1}{4} : \frac{12}{100} = \frac{353}{4} \times \frac{100}{12}$ fl. $= \frac{353 \times 25}{12}$ fl. $= 735\frac{5}{12}$ fl.

Wie wird nach derselben Methode B. 6 und B. 7 aufgelöst?

* Diskonto-Rechnung.

* §. 314. Diskontiren heißt untersuchen, wie viel eine Summe welche nach einer gewissen Zeit zahlbar ist, jetzt werth ist, wenn bestimmte Prozente gerechnet werden. 315 fl., welche erst nach einem Jahr zahlbar sind, sind nicht mehr werth, als 300 fl., die wir jetzt schon bekommen können, wenn nämlich 5 p$\frac{0}{0}$ gerechnet werden, weil 300 fl. zu 5 p$\frac{0}{0}$ ausgeliehen in einem Jahr mit den Zinsen zu 25 fl. anwachsen. Der Abzug, welcher in solchen Fällen Statt findet, heißt Diskonto oder Rabatt.

* §. 315. B. 1. Wenn man 897 fl., welche nach 3 Jahren zahlbar sind, zu 5 p$\frac{0}{0}$ discontiren will, so betrachte man diese Zahl als eine aus Kapital und Zinsen zusammengesetzte Summe. Man berechne daher vorläufig die Zinsen, welche 100 fl. in 3 Jahren zu 5 p$\frac{0}{0}$ geben, und schlage diese zu 100 fl. hinzu, um die Summe 115 fl. zu bilden, welche, wie die gegebene Summe 897 fl., aus Kapital und dreijährigen Interessen zusammengesetzt ist. Alsdann stelle man die Aufgabe so:

100 fl. sind nach 3 Jahren 315 fl. werth
? " " " 897 fl. "

und löse sie wie gewöhnlich auf

$$x = \frac{100 \times 897}{315} = 780 \text{ fl.}$$

Als Probe kann man die 3jährigen Interessen von 780 fl. berechnen, und zu 780 fl. hinzusetzen, wodurch 897 fl. entstehen müssen.

B. 2. 823 fl. 40 kr. nach 3 Jahren zahlbar sollen zu 4 p°/₀ diskontirt werden.

100 fl. werden zu 112 fl.
? $823\frac{2}{3}$

$$x = \frac{100 \times 823\frac{2}{3}}{112} = 735 \text{ fl. } 25 \text{ kr.}$$

B. 3. 5100 fl. nach 2 Jahren und 8 Monaten zahlbar, sollen zu 5 p°/₀ diskontirt werden.

100 fl. werden zu $113\frac{1}{3}$
? 5100

$$x = \frac{100 \times 5100}{113\frac{1}{3}} = 4500 \text{ fl.}$$

* §. 316. Da man, wie aus dem Vorhergehenden erhellt, immer die zu diskontirende Summe mit 100 multipliziren und mit der aus 100 entstandenen Summe dividiren muß, so kann man sich den jedesmaligen Ansatz ersparen.

Die Auflösungen der 3 vorhergehenden Aufgaben sind hiernach:

1.) $\frac{897 \times 100}{115} = 780$

2.) $\frac{823\frac{2}{3} \times 100}{112} = 735\frac{5}{12}$

3.) $\frac{5100 \times 100}{113\frac{1}{3}} = 4500.$

* §. 317. **Gewinn- und Verlust-Rechnungen** werden wie Interessen- oder Disconto-Rechnungen oder selbst wie einfache Dreisatz-Rechnungen behandelt. Z. B.:

1.) Ein Hektoliter Wein kostet 36 fl., wie theuer muß man denselben wieder verkaufen, wenn man 20 p% gewinnen will?

Ansatz: 100 fl. werden zu 120 fl.
36 fl. „ „ ?

$$x = \frac{120 \times 36}{100} = 43\tfrac{1}{5} \text{ fl.}$$

2.) Wie theuer man den Liter im letzten Falle verkaufen muß, wird gefunden, indem man $43\frac{1}{5}$ fl. oder 2692 kr. mit 100 dividirt, nämlich um $26\frac{92}{100}$ oder nahe 27 Kreuzer.

3.) Wenn man den Hektoliter zu 36 fl. kauft, und den Liter zu 24 kr. verkauft, wie viel p% gewinnt man?

Wenn man den Liter zu 24 kr. verkauft, so nimmt man für den Hektoliter 40 fl. ein, man gewinnt also mit 36 fl. 4 fl., mit 100 fl. demnach $11\frac{1}{9}$ fl. d. i. $11\frac{1}{9}$ Prozent.

4.) Wenn man die Elle Zeug für 25 kr. kauft, und für 20 wieder verkauft, wie viel Prozent verliert man? An 25 kr. verliert man 5 kr., an 100 kr. also 20 kr. Man verliert demnach 20 Prozent.

Theilungs-Rechnungen.

§. 318. **Die Theilungs-Rechnung**, zu welcher auch die **Gesellschafts-Rechnung** und die **Steuer-Rechnung** gehört, lehrt eine gegebene Zahl in mehrere Theile theilen, welche

in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen. Z. B.: Wenn 24 Aepfel unter 3 Kinder nach dem Verhältnisse ihres Alters getheilt werden sollen und das jüngste 1 Jahr, das folgende 2 Jahr und das älteste 3 Jahre alt ist, wie viele Aepfel bekommt jedes? Um die Aepfel richtig zu vertheilen, dürfte man nur von den 24 Aepfeln dem jüngsten Kinde zuerst einen, dem folgenden 2 und dem ältesten 3 Aepfel geben, und diese Vertheilung so oft wiederholen, bis alle Aepfel vertheilt wären. Da hier zu einer jeden einzelnen Vertheilung 6 Aepfel nothwendig sind, nämlich 1 Apfel für das jüngste, 2 für das folgende und 3 für das älteste, und 6 Aepfel in 24 Aepfeln 4mal enthalten sind, so kann die Vertheilung 4mal wiederholt werden. Das jüngste Kind erhält also 4mal einen Apfel oder 4 Aepfel, das folgende 4mal 2 Aepfel oder 8 Aepfel und das älteste 4mal 3 Aepfel oder 12 Aepfel.

Die zu theilende Zahl nennt man das Ganze, die Theile in welche das Ganze zerlegt werden soll, nennt man die Theile, und die Zahlen, welche das Verhältniß der einzelnen Theile bestimmen, nennt man die Verhältnißzahlen. Aus dem Vorhergehenden ergibt sich nun folgende allgemeine Regel:

§. 319. Bei Theilungs-Rechnungen dividire man das Ganze mit der Summe der Verhältnißzahlen, und multiplizire den Quotienten mit jeder einzelnen Verhältnißzahl. Durch die Multiplikation des Quotienten mit der ersten Verhältnißzahl erhält man den ersten Theil, mit der 2ten den 2ten, mit der 3ten den 3ten Theil ꝛc.

Die Verhältnißzahlen in dem obigen Beispiel sind

1, 2, 3, ihre Summe ist 6; 24 mit 6 dividirt gibt den Quotienten 4.

Der Quotient 4 mit 1	multiplizirt	gibt	4: 1ter Theil,
4 mit 2	„	„	8: 2ter Theil,
4 mit 3	„	„	12: 3ter Theil,
		zusammen	24.

§. 320. 2.) **Sind die Verhältnißzahlen keine ganze Zahlen, so verwandle man dieselben in Brüche von gleicher Benennung und lasse die Nenner weg.** Z. B.:

594 Quadrat-Ruthen sollen unter drei Personen vertheilt werden, in dem Verhältnisse von 1, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$.

Verhältnißzahlen		Quot.	Theile.
$1 = \frac{40}{40}$	oder blos	40×6	$= 240$
$\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$		24×6	$= 144$
$\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$		35×6	$= 210$
		99	594

$$\text{Quotient} = \frac{594}{99} = 6.$$

§. 321. 3.) **Wenn die Verhältnißzahlen alle einen gemeinschaftlichen Theiler haben, so kann man sie mit diesem Theiler dividiren, um die Rechnung zu vereinfachen.** Z. B.:

3 Personen haben für 240 Hektoliter Korn die Summe von 1200 fl. eingenommen, die erste hatte 60 Hektoliter, die 2te 80, die 3te 100 Hektoliter dazu geliefert, wie viel erhält nun jede von der ganzen Einnahme?

	Verhältnißzahlen			Quot.		Theile
A.	60 oder	6 oder	3	× 100	=	300
B.	80	8	4	× 100	=	400
C.	100	10	5	× 100	=	500
			12			1200

$$\text{Quotient} = \frac{1200}{12} = 100$$

§. 322. 4.) Sind die Verhältnißzahlen ungleich benannte Zahlen, so bringe man sie zuerst alle auf dieselbe Benennung. Siehe unten §: 324 Nro. 6.

§. 323. 5.) Wenn die Summe der Verhältnißzahlen in dem Ganzen nicht ohne Rest aufgeht, so lasse man den Quotienten in der Gestalt eines Bruchs stehen, den man durch Reduktion auf seine kleinste Benennung bringt. Z. B.:

21000 fl. sollen im Verhältnisse 1, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{7}{8}$ getheilt werden.

Verhältnißzahlen

$$1 = \frac{48}{48} \text{ oder } 48 \times \frac{200}{3} = \frac{9600}{3} = 3200 \text{ fl.}$$

$$1\frac{1}{2} = \frac{72}{48} \qquad 72 \times \frac{200}{3} = \frac{14400}{3} = 4800$$

$$1\frac{7}{8} = \frac{90}{48} \qquad 90 \times \frac{200}{3} = \frac{18000}{3} = 6000$$

$$2\frac{7}{8} = \frac{105}{48} \qquad 105 \times \frac{200}{3} = \frac{21000}{3} = 7000$$

Summe: 315 ... 21000

$$\text{Quotient} = \frac{21000}{315} = 66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$$

* §. 324. 6.) Wenn die Anzahl der Theile, in welche das Ganze zerlegt werden soll, groß ist, so gebe man dem Quotienten die Gestalt einer Dezimalzahl. Z. B.:

6 Bauern bezahlen zusammen 209 fl. 42 fr. Steuer

		fl.	fr.		fr.				fr.		fl.	fr.
A	gibt	20	24	=	1224	× 0,6689	=		818,7	=	13	39
B	„	30	—	=	1800				1204,0	=	20	4
C	„	14	36	=	876				586,0	=	9	46
D	„	37	42	=	2262				1513,0	=	25	13
E	„	41	20	=	2480				1658,9	=	27	39
F	„	65	40	=	3940				2635,4	=	43	55
		209	42		12582				8416 0			

Wie viel muß jeder zu einer Umlage von 140 fl. 16 fr. beitragen, wenn diese Umlage nach dem Verhältniß der Steuer unter sie vertheilt werden soll?

Die Umlage mit der Summe der Verhältnißzahlen dividirt gibt zum Quotienten $\frac{8416}{12582}$ fr. = 0 6689 fr. Dieser Quotient zeigt an, wie viele Kreuzer Umlage auf einen Kreuzer Steuer kommen.

Durch die Berechnung des Dezimalbruchs erspart man sich die einzelnen Divisionen.

* §. 325. 7.) Um sich bei dergleichen Rechnungen, wo immer derselbe Quotient mit vielen andern Zahlen multiplizirt werden muß, auch diese Multiplikationen zu erleichtern, entwirft man ein Täfelchen, welches die Produkte des Quotienten mit den Ziffern 1, 2, 3, ꝛc. bis 10 enthält. Um sicher zu seyn, daß bei der Bildung des Täfelchens kein Fehler vorgefallen ist, setzt man dasselbe nicht durch Multiplikation sondern durch Addition zusammen. Ist auf solche Weise das 10fache richtig, so ist das ganze Täfelchen aus der einfachen Zahl richtig zusammengesetzt.

1.	0,6689			
2.	1,3378	= 0,6689	+	0 6689
3.	2,0067	= 1.3378	+	0,6689
4.	2,6756	= 2 0067	+	0,6689
5.	3,3445	= 2,6756	+	0,6689
6.	4 0134	= 3,3445	+	0,6689
7.	4 6823	= 4,0134	+	0,6689
8.	5,3512	= 4,6823	+	0,6689
8.	6,0201	= 5,3512	+	0,6689
10.	6,6890	= 6,0201	+	0,6689

*Aus diesem Täfelchen nimmt man nun die einzelnen Theilprodukte wie man sie nothwendig hat. Es ist hierbei nur zu bemerken, daß man bei dem Theilprodukte der Zehner, Hunderter, Tausendter ꝛc. den Dezimalstrich um Eine, 2, 3 ꝛc. Stellen gegen die Rechte rückt. Z. B.:

0,6689 mit 1224 multiplizirt gibt,	für 1000	kr.	668,9
	für 200	kr.	133,78
	für 20	kr.	13,378
	für 4	kr.	2,6756
	zusammen für 1224	kr.	818,7336

*Die Hauptprobe für die Richtigkeit des Täfelchens ist folgende: Man berechne mittelst desselben, was auf die ganze Steuer kommt, d. i. auf 209 fl. 42 kr. oder auf 12582 kr. Das Resultat muß der Gesammt-Umlage gleich kommen.

auf 10000	kr.	Steuer	kommen	6689 kr.
„ 2000	kr.	„	„	1337,8
„ 500	kr.	„	„	334 4
„ 80	kr.	„	„	53,5
„ 2	kr.	„	„	1,3
				8416,0 d. i. 140 fl. 16 kr.

*§. 326. 8. Wenn sehr viele Beiträge berechnet werden müssen, wie dies bei Steuer-

Vertheilungen immer der Fall ist, so berechne man mittelst des Täfelchens eine Tabelle, welche die Beiträge

für 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 kr.
für 10, 20, 30, 40, 50, 60 kr.
für 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 fl.

enthält. Z. B.:

Die Gesammtsteuer eines Dorfs betrage 5347 fl. 18 kr. = 320838 kr.; die auf die Steuer zu vertheilende Gesammt-Umlage 351 fl. 37 kr. = 21097 kr.; Auf einen Kreuzer Steuer kommt hiernach $\frac{21097}{320838}$ kr. = 0,065756 kr. (siehe §. 329.)

Die Division muß man so lang fortsetzen, bis man im Quotienten so viele Ziffern hat, als der Dividend enthält. 65756 enthält so viele Ziffern als 21097.

1tes Täfelchen.

1 kr. Steuer	=	0,kr.	065756
2 "	=	0,	131512
3 "	=	0,	197268
4 "	=	0,	263024
5 "	=	0,	328780
6 "	=	0	394536
7 "	=	0,	460292
8 "	=	0,	526048
9 "	=	0,	591804
10 "	=	0,	657560

Prüfung des 1ten Täfelchens.

300000	19726,8
20000	1315,1
800	52,6
30	2,0
8	0,5
	21097,0

2tes Täfelchen.

1 fl. =	3,kr.	94536
2	7,	89072
3	11,	83608
4	15,	78144
5	19	72680
6	23,	67216
7	27,	61752
8	31,	56288
9	35,	50824
10	39,	45360

Prüfung der beiden Täfelchen.

5347 fl. 18 kr.	
5000 fl.	19726,8 kr.
300 fl.	1183,6
40 fl.	157,8
7 fl.	27,6
10 kr.	0,6
8 kr.	0,5
	21096,9 kr.
oder	351 fl. 37 kr.

In dem ersten Täfelchen läßt man nun alle Ziffern nach den Hunderteln weg

Im zweiten läßt man alle Ziffern nach den Zehnteln weg, wenn keine einzelne Person über 10 fl. Steuer gibt; man läßt alle Ziffern nach den Hunderteln weg, oder man behält die Hundertel bei, wenn Steuerbare vorkommen, die über 10 Gulden, aber keine, die über 100 fl. Steuer geben. ꝛc.

Im letzten Falle stehen die beiden Täfelchen so:

1 kr.	Steuer gibt	0,07	kr.	1 fl.	Steuer gibt	3 94	kr.
2	"	0,13	"	2	"	7 89	"
3	"	0,20	"	3	"	11,84	"
4	"	0 26	"	4	"	15,78	"
5	"	0,33	"	5	"	19 73	"
6	"	0,39	"	6	"	23 67	"
7	"	0,46	"	7	"	27 62	"
8	"	0,53	"	8	"	31 56	"
9	"	0 59	"	9	"	35,51	"
10	"	0,66	"	10	"	39 45	"

Bem. Wenn die erste weggelassene Ziffer 5 oder größer ist, so vermehrt man die letzte beibehaltene Ziffer um 1. Z. B. anstatt 0,06 wurde 0,07 gesetzt, weil die folgende Ziffer 5 ist, und daher alle weggelassenen Ziffern über ein halbes Hundertel ausmachen.

Gesetzt, es seyen nun die Beiträge für folgende Steuerbare zu berechnen.

		fl.	kr.		fl.	kr.
A	gibt Steuer	26	35	Beitrag	1	45
B	"	65	27	"	4	18
C	"	37	37	"	2	29
D	"	40	40	"	2	40
E	"	4	4	"	—	16
F	"	19	19	"	1	16
C	"	91	51	"	6	2
H	"	58	46	"	3	52

Die beigesetzten Beiträge findet man so:

A.	20 fl.	78,9	B.	60 fl.	236 7	C	30 fl. 118,4
	6	23,7		5	19 7		7 27,6
	30 kr.	2,0		20 kr.	1 3		30 kr. 2 0
	5	0,3		7	0 5		7 0,5
		104,9 kr.			257,7 kr.		148,5 kr.
	oder 1 fl. 45 kr.			oder 4 fl. 18 kr.			oder 2 fl. 29 kr.

D.	40 fl.	157,8
	40 kr.	2,6
		160,4 kr.
		oder 2 fl. 4 kr.

E.	4 fl.	15,8
	4 kr.	0,3
		16,1 kr.
		oder 16 kr.

F.	10 fl.	39,4
	9	35,5
	10 kr.	0,7
	9	0,6
		76,2 kr.
		oder 1 fl. 16 kr.

G.	90 fl.	355,1
	1	3,9
	50 kr.	3,3
	1	0,1
		362,4
		oder 6 fl. 2 kr.

H.	50 fl.	197,3
	8	31,6
	40 kr.	2,6
	6	0,4
		231,9
		oder 3 fl. 52 kr.

§. 327. 9. **Sind die Verhältnißzahlen nicht einfach, sondern aus mehreren Zahlen zusammengesetzt, so berechne man erst einfache Verhältnißzahlen und verfahre alsdann wie bisher. Z. B.:**

4 Arbeiter erhalten für eine Arbeit im Ganzen 45 fl.,

A.	hat 10	Tage	täglich	6	Stunden
B.	„ 8	„	„	5	„
C.	„ 12	„	„	10	„
D.	„ 10	„	„	8	„

daran gearbeitet. Wie viel erhält jeder?

10	Tage zu	6	Stunden sind	60	Stunden
8	„	5	„	40	„
12	„	10	„	120	„
10	„	8	„	80	„

Die Verhältnißzahlen und die entsprechenden Theile sind daher offenbar folgende:

A.	60	oder	3	× 3	=	9	fl.
B.	40	„	2	× 3	=	6	„
C.	120	„	6	× 3	=	18	„
D.	80	„	4	× 3	=	12	„
			15			45	„

Quotient $\frac{45}{15} = 3$ fl.

* Vermischungs-Rechnung.

* §. 328. 1. Wenn man 2 Liter Wein zu 9 kr. und 1 Liter zu 12 kr. zusammenschüttet, so erhält man 3 Liter, welche zusammen 30 kr. kosten. Ein Liter der Mischung kostet daher 10 kr. Die Rechnung steht so:

2 Liter zu 9 kr. kosten	$9 \times 2 =$	18 kr.
1 Liter zu 12 kr. kostet	$12 \times 1 =$	12 kr.
3 Liter der Mischung kosten also	$=$	30 kr.
1 Liter " " "		10 kr.

Bei jeder andern ähnlichen Aufgabe verfährt man auf dieselbe Weise. Die Rechnung ist so einfach, daß eine besondere Regel hierzu nicht nothwendig ist.

* §. 329. 2. Im vorigen Beispiel war das Verhältniß, in welchem die beiden Weine gemischt wurden, gegeben. Wenn hingegen das Verhältniß gesucht wird, in welchem die beiden gegebenen Weine gemischt werden müssen, damit die Mischung um einen bestimmten Preis gegeben werden könne, so verfährt man auf folgende Weise:

Man sehe die Differenzen zwischen dem Preis der Mischung und den beiden andern gegebenen Preisen. Diese Differenzen in verkehrter Ordnung genommen, sind die gesuchten Verhältnißzahlen. Z. B.:

Man soll Wein zu 9 kr. und andern zu 12 kr. so mischen, daß man den Liter der Mischung um 10 kr. geben kann. die Rechnung steht so:

	gerade	verkehrt		
Preis des geringern 9 kr.	1	2	× 9 kr. =	18 kr.
Preis der Mischung 10 kr.				
Preis des bessern 12 kr.	2	1	× 12 kr. =	12 kr.
		3		30 kr. : 3 = 10 kr.

Die Differenzen in verkehrter Ordnung genommen, sind 2 und 1 und in diesem Verhältniß müssen beide Sorten gemischt werden, das heißt zu 2 Litern von der geringern Sorte muß man immer einen Liter von der bessern nehmen.

3. Wenn ein Liter von dem geringern Wein 8 kr., von dem bessern 16 kr. kostet und ein Liter der Mischung 14 kr. kosten soll, so steht die Rechnung so:

8 kr.	6 ╲╱ 2	oder	1 ×	8 =	8	
14 kr.						
16 kr.	2 ╱╲ 6		3 ×	16 =	48	
			4		56 : 4 =	14 kr.

* §. 330. Die Verhältnißzahlen wurden hier reduzirt, wie dies immer bei Theilungs-Rechnungen erlaubt ist.

Es ist einleuchtend, daß man von derjenigen Sorte mehr nehmen muß, welche der Mischung näher kommt.

* §. 331. Hat man das Verhälniß der Theile gefunden, so kann man nach den Regeln der Theilungs-Rechnung leicht bestimmen, wie viele Liter man von jeder Sorte nehmen muß, wenn die Größe der Mischung gegeben ist. Z. B.:

4. Man soll aus zwei Sorten Wein, wovon der geringere 6 kr., der bessere 16 kr. kostet, eine Mischung von 3 Hektolitern zu 12 kr. machen.

1 Liter zu 6 kr.	Diff. 6 ╲╱ 4	oder	2 × 60 =	120 L. ×	6 kr. =	720 kr.
„ „ 12 kr.						
„ „ 16 kr.	4 ╱╲ 6		3 × 60 =	180 L. ×	16 kr. =	2880 kr.
			5	300 L.	=	3600 kr.
Quotient $\frac{300}{5} = 60$				1 L.	=	12 kr.

* §. 332. Bei Gold und Silber heißt ein Gewicht von 16 Loth eine Mark.

Das Silber enthält gewöhnlich einen Zusatz von Kupfer. Wenn es ganz rein ist, so heißt es 16löthig.

Wenn zu 15 Theilen Silber 1 Theil Kupfer gemischt ist, so heißt es 15löthig. Wenn zu 14 Theilen Silber 2 Theil Kupfer gemischt sind, so heißt es 14löthig und so fort.

* §. 333. Beim Golde wird eine Mark in 24 Karate eingetheilt. Das Gold heißt 23karätig, wenn zu 23 Theilen reinem Golde ein Theil Kupfer gemischt ist, es heißt 18karätig, wenn zu 18 Theilen reinem Golde 6 Theile Kupfer gemischt sind, und so fort.

1.) Wenn man 3 Loth 8löthiges Silber mit 2 Loth 13löthigem zusammenschmilzt, so erhält man nach der Vermischungs-Rechnung 5 Loth 10löthiges Silber.

	3 Loth 8löthiges Silber enthält		24 Theil Silber	
	2 „ 13 „ „ „		26 „ „	
	5 Loth Mischung enthalten		50 Theil Silber	
also	1 Loth „ „		10 „ „	

2.) 12 Loth 12löthiges Silber mit einem Loth reinem Silber zusammengeschmolzen gibt 13 Loth $12\frac{4}{13}$löthiges.

12 Loth 12löthig	=	144 Theile	
1 „ 16 „	=	16 „	
13 Loth Mischung		160 Theile	
1 Loth „		$12\frac{4}{13}$ „	

3.) Wie muß man 8 und 15löthiges Silber mischen, um 13löthiges Silber zu erhalten? Antw. Im Verhältnisse von 2 zu 5.

8löthiges	Diff. 5 ╲╱ 2 Theile 8löthiges	
13löthiges		
15löthiges	Diff. 2 ╱╲ 5 Theile 13löthiges.	

4.) Wie muß man 8löthiges Silber und reines Silber mischen, um 13löthiges zu erhalten? Antw. Im Verhältnisse von 3 zu 5.

8löthig	Diff. 5 ╲╱ 3 Theile 8löthiges	
13 „		
16 „	Diff. 3 ╱╲ 5 Theile reines Silber.	

5.) Wenn die Quantität der einen Sorte gegeben ist; so findet man, nachdem die Verhältnißzahlen gesucht worden sind, die Quantität der andern Sorte durch den Dreisatz.

Wie viele Liter Wein zu 6 Kreuzer muß man zu 45 Liter zu 16 Kreuzer mischen, damit die Mischung für 12 Kreuzer gegeben werden kann? Man sucht hier zuerst die Verhältnißzahlen und alsdann nach den Regeln des Dreisatzes die Anzahl der Liter.

6 kr.	6	2
12 kr.		
16 kr.	4	3

Zu 3 Liter von der bessern Sorte muß man 2 Liter von der geringern mischen, wie viele zu 45 Liter? Antw. 30 Liter.

6.) Wie viel Kupfer muß man zu 1 Loth reinem Silber mischen, um 13löthiges Silber zu erhalten? Das Verhältniß des Kupfers zum Silber muß seyn, wie 3 zu 13.

Nun sagt man, zu 13 Theilen Silber kommen 3 Theile Kupfer wie viel Kupfer kommt zu 1 Loth? Antw. $\frac{3}{13}$ Loth.

7.) Wie viel 8löthiges Silber muß man zu 10 Loth 15löthigem mischen, um 13löthiges zu erhalten?

Man sucht zuerst die Verhältnißzahlen, wie gewöhnlich.

8löthiges	Diff. 5		2
13löthig			
15löthig	Diff. 2		5

Nun sagt man, auf 5 Theile 15löthiges Silber kommen 2 Theile 8löthiges, wie viele kommen auf 10 Loth?

* Reduktions-Rechnung.

* §. 334. Die Reduktions-Rechnung lehrt eine Zahl von Einheiten einer gegebenen Art in Einheiten einer andern Art verwandeln. Z. B.:

15 Konventionsthaler sollen in Gulden verwandelt werden.

Auflösung. Da 10 Konventionsthaler 24 fl. sind, so ist 1 Konventionsthaler $\frac{24}{10}$ fl., 15 Konventionsthaler also 15mal $\frac{24}{10}$ fl. das ist 36 fl.

* §. 335. **Um die Anzahl von Gulden zu erhalten, multiplizirt man also den Werth eines Konventionsthalers in Gulden mit der Anzahl der Konventionsthaler.**

1te Auflösung durch den Dreisatz.

10 Konventionsthaler sind 24 fl.
15 " " ? $x = \frac{24 \times 15}{10} = 36$ fl.

2tes Beispiel. Man soll 36 fl. in Konventionsthaler verwandeln.

1te Auflösung.

10 Konventionsthaler sind 24 fl. $\frac{10 \times 36}{24} = 15$ Konventionsthlr.
? " " 36 fl.

2te Auflösung.

Da 10 Konventionsthaler 24 fl. sind, so ist 1 fl. $= \frac{10}{24}$ Konventionsthaler, 36 fl. sind also $36 \times \frac{10}{24} = 15$ Konventionsthaler.

Um die Anzahl der Konventionsthaler zu erhalten, multiplizirt man den Werth eines Gulden in Konventionsthaler mit der Anzahl der Gulden.

Auf ähnliche Weise kann man bei allen Reduktions-Rechnungen verfahren. Man multiplizirt nämlich den **Werth** einer der gegebenen Einheiten mit der **Anzahl** der gegebenen Einheiten.

* §. 336. Zuweilen ist das Verhältniß der gegebenen Einheiten zu den gesuchten nicht unmittelbar, wie in den vorhergehenden Aufgaben, sondern durch ein oder mehrere Zwischenverhältnisse bestimmt. Z. B.:

360 Franken wie viele Konventionsthaler sind es, wenn 60 Fr. soviel wie 28 fl., und 12 fl. soviel als 5 Konventionsthaler sind?

Da 60 Fr. 28 fl. sind, so ist 1 Fr. $\frac{28}{60}$ fl.
und da 12 fl. 5 Konventionsthaler sind, so ist 1 fl. $\frac{5}{12}$ Konventionsthaler.

360 Fr. sind daher $360 \times \frac{28}{60}$ fl. $= 168$ und $360 \times \frac{28}{60}$ fl. oder 168 fl. sind $168 \times \frac{5}{12}$ Konventionsthaler $= 70$ Konventionsthaler.

Durch den ersten Bruch wurden die Franken zu Gulden, durch den 2ten die Gulden zu Konventionsthaler gemacht.

Führt man die Multiplikation nicht aus, so steht das Resultat so:

$\frac{360}{?} \times \frac{28 \times 5}{60 \times 12}$ oder wenn man die Benennungen beisetzt so: $\frac{360 \text{ Fr.}}{? \text{ Konventthl.}} \times \frac{28 \text{ fl.}}{60 \text{ Fr.}} \times \frac{5 \text{ Konventthl.}}{12 \text{ fl.}}$

Spricht man nun die Aufgabe auf folgende Weise aus:

Wie viele Konventionsthaler sind	360 Fr.
wenn 60 Franken	28 fl. sind
und wenn 12 fl.	5 Konventhl. sind?

so sieht man, daß die Zahlen, welche hier links und rechts stehen, in dem obigen Resultat unter und über dem Striche sich befinden. Aus dieser Anordnung ergibt sich für alle ähnliche Reduktionen folgende Regel:

* §. 337. Man setze die Benennung der gesuchten Zahl mit dem Fragezeichen unter den Strich, darüber die gegebene Zahl, welche verwandelt werden soll; neben beide setze man die Verhältnißzahlen je zwei und zwei so hin, daß man unten mit derselben Benennung immer wieder anfängt, mit welcher man oben aufgehört hat. Die letzte Zahl rechts über dem Strich muß dieselbe Benennung haben, wie die Frage links unter dem Strich.

Nach vorgenommener Reduktion dividire man wie gewöhnlich, das Produkt der Zahlen über dem Strich mit dem Produkte der Zahlen unter dem Strich.

Diese Reduktions-Regel heißt die Kettenregel, weil alle Zahlen zusammen eine Art von Kette bilden.

* §. 338. Anstatt des horizontalen Strichs wird gewöhnlich ein vertikaler Strich gezogen, wie bei dem reesischen Ansatze, und die Zahlen in derselben Ordnung links und rechts daneben gesetzt, wie sie unter und über dem horizontalen Striche stehen. Z. B.:

? Konventionsthlr.	360 Fr.
60 Fr.	28 fl.
12 fl.	5 Konventionsthlr.

$$x = \frac{360 \times 28 \times 5}{60 \times 12} = 70$$

* §. 339. Um das direkte Verhältniß der Franken zu den Konventionsthalern zu finden, multiplizire man die beiden Zwischenverhältnisse $\frac{28}{60}$ und $\frac{5}{12}$ miteinander. Das Produkt $\frac{140}{720}$ zeigt an, wie viele Konventionsthäler ein Frank werth ist.

Bringt man den Bruch $\frac{140}{720}$ durch Reduktion auf seine kleinste Benennung, nämlich auf $\frac{7}{36}$, so hat man das Verhältniß in den kleinsten Zahlen. 36 Franken sind also 7 Konventionsthaler oder 1 Fr. ist $\frac{7}{36}$ Konventionsthaler.

* §. 340. Mit Hülfe dieses direkten Verhältnisses wird die Verwandlung viel leichter, denn man darf nur nach der ersten Regel die gegebene Anzahl von Franken mit $\frac{7}{36}$ multipliziren.

$$360 \text{ Fr.} = \frac{360 \times 7}{36} \text{ Konventthl.} = 70 \text{ Konventionsthl.}$$

Wenn man daher Reduktionen derselben Art öfters vorzunehmen hat, so thut man wohl, wenn man aus den Zwischenverhältnissen das direkte Verhältniß berechnet und dieses letztere nachher immer anwendet.

* §. 341. In denjenigen Fällen, wo das Verhältniß nicht in kleinen Zahlen ausgedrückt werden kann, verwandelt man den gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch, weil man bei einem Dezimalbruch die Division mit dem Nenner erspart.

§. 342. Beispiele über Interessen-Rechnungen.

	Kapital.			Zeit.		p°/₀	Zinsen. fl.	Zinsen. kr.
1.)	1	fl.	trägt in	1 Jahr	zu	5	$\frac{1}{20}$	—
2.)	1000	„	tragen in	1 „	„	5	50	—
3.)	800	„	„	1 „	„	5	40	—
4.)	6000	„	„	1 „	„	5	300	—
5.)	820	„	„	1 „	„	5	41	—
6.)	2200	„	„	1 „	„	5	110	—
7.)	47	„	„	1 „	„	5	2	21
8.)	750	„	„	1 „	„	5	$37\frac{1}{2}$	—
9.)	8600	„	„	1 „	„	5	430	—
10.)	1747	„	„	1 „	„	5	$87\frac{7}{20}$	—
11.)	300	„	„	2 „	„	5	30	—
12.)	400	„	„	3 „	„	5	60	—
13.)	520	„	„	3 „	„	5	78	—
14.)	460	„	„	5 „	„	5	115	—
15.)	600	„	„	$1\frac{1}{2}$ „	„	5	45	—
16.)	730	„	„	1 Tag	„	5	—	6
17.)	$486\frac{2}{3}$	„	„	5 „	„	5	—	20
18.)	1225	„	„	$\frac{7}{12}$ Jahr	„	5	35	$43\frac{3}{4}$
19.)	200	„	„	1 J. 5 M. 20 T.	„	5	14	$43\frac{1}{3}$
20.)	$717\frac{1}{2}$	„	„	3 J. 8 M.	„	5	131	$32\frac{1}{2}$
21.)	1	„	„	1 Jahr	„	4	$\frac{4}{100}$	—
22.)	1	„	„	1 „	„	6	$\frac{6}{100}$	—
23.)	1	„	„	1 „	„	$4\frac{1}{2}$	$\frac{9}{200}$	—
24.)	500	„	„	1 „	„	4	20	—
25.)	1800	„	„	1 „	„	4	72	—
26.)	750	„	„	1 „	„	4	30	—
27.)	1035	„	„	1 „	„	6	$62\frac{1}{10}$	—
28.)	1350	„	„	1 „	„	6	81	—
29.)	1600	„	„	1 „	„	$5\frac{1}{2}$	88	—
30.)	350	„	„	3 „	„	4	42	—
31.)	340	„	„	5 „	„	$4\frac{1}{2}$	$76\frac{1}{2}$	—
32.)	300	„	„	4 „	„	$4\frac{1}{2}$	54	—
33.)	200	„	„	3 „	„	$4\frac{1}{2}$	33	—
34.)	1825	„	„	1 Tag	„	4	—	12
35.)	1825	„	„	3 J. 3 T.	„	4	$219\frac{3}{5}$	—
36.)	735	„	„	3 Jahr	„	4	$88\frac{1}{5}$	—
37.)	175	„	„	$1\frac{1}{4}$ „	„	6	13	$7\frac{1}{2}$
38.)	2500	„	„	$\frac{1}{52}$ „	„	6	2	$53\frac{1}{13}$
39.)	300	„	„	2 J. 7 M. 10 T.	„	6	47	—
40.)	4500	„	„	3 J. 4 M.	„	4	600	—

Beispiele über Interessen- und Disconto-Rechnungen.

1.)	Aus	300	fl.	werden in	1 Jahr	zu	5	p°/₀	315	fl.
2.)	〃	800	〃	〃	1 〃		5	〃	840	〃
3.)	〃	240	〃	〃	1 〃		5	〃	252	〃
4.)	〃	100	〃	〃	3 〃		5	〃	115	〃
5.)	〃	1200	〃	〃	1 〃		5	〃	1260	〃
6.)	〃	1000	〃	〃	1 〃		5	〃	1050	〃
7.)	〃	832	〃	〃	$7\frac{1}{2}$ Monat		5	〃	858	〃
8.)	〃	$3393\frac{1}{3}$	〃	〃	1 Jahr		5	〃	3563	〃
9.)	〃	925	〃	〃	1 〃		4	,	962	〃
10.)	〃	450	〃	〃	1 〃		4	〃	468	〃
11.)	〃	600	〃	〃	1 〃		$4\frac{1}{2}$	〃	627	〃
12.)	〃	100	〃	〃	5 〃		4	〃	120	〃
13.)	〃	100	〃	〃	4 〃		$4\frac{1}{2}$	〃	118	〃
14.)	〃	100	〃	〃	3 〃		$5\frac{1}{4}$	〃	$115\frac{3}{4}$	〃
15.)	〃	150	〃	〃	4 〃		6	〃	186	〃
16.)	〃	3000	〃	〃	1 〃		9	〃	3270	〃

Beispiele über Theilungs-Rechnungen.

	Das Ganze		Verhältnißzahlen			1ter Theil	2ter Theil
1.)	60	1	2			20	40
2.)	100	1	4			20	80
3.)	25	1	3			$6\frac{1}{4}$	$18\frac{3}{4}$
4.)	70	1	4			14	56
5.)	100	1	3	6		10	30
6.)	288	3	5	4		72	. .
7.)	180	2	3	5		36	. .
8.)	300	4	5	6		80	. .
9.)	480	60	80	100		120	. .
10.)	120	200	105	295		48	. .
11.)	800	560	600	440		280	. .
12.)	30	3	5	2		9	. .
13.)	35	9	6	5		$15\frac{3}{4}$	. .
14.)	60	1	2	6		$6\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{3}$
15.)	70	1	$\frac{3}{4}$			40	30
16.)	60	1	$\frac{2}{3}$			36	24
17.)	100	$\frac{1}{3}$	1	2		10	30
18.)	600	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{1}{4}$		80
19.)	145	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	40	. .
20.)	342	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	120	. .
21.)	1038	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{4}$		368	. .

	Das Ganze	Verhältnißzahlen				1ter Theil	2ter Theil
22.)	4	$\frac{1}{4}$	1			$\frac{4}{5}$	. .
23.)	3	1	$\frac{1}{5}$			$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
24.)	500	$\frac{1}{3}$	1	$1\frac{1}{3}$		$62\frac{1}{2}$	$187\frac{1}{2}$
25.)	73	$\frac{3}{7}$	1			$22\frac{1}{2}$	. .
26.)	$4\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1			$1\frac{4}{5}$	. .
27.)	60	$\frac{1}{2}$	1	3		$6\frac{2}{3}$	. .
28.)	24	10×5	8×7	6×9		$7\frac{1}{2}$	. .
29.)	128	30×6	50×4	20×5	80×2	36	. .

IX Abtheilung.

* Geometrische Lehrsätze,

welche im Bau- und Forstwesen und, in verschiedenen Gewerben öfters angewendet werden.

* §. 343.

Die Länge einer Figur sey	. .	l
Die Breite	. . . . . .	b
Die Höhe	. . . .	h
Der Durchmesser eines Kreises	. .	d
Der Umfang „	. .	u
Die schiefe Seite eines Kegels	. .	s
Der Quadratinhalt einer Fläche	. .	f
Die Grundfläche eines Körpers	. .	g
Der Kubikinhalt „ „	.	k

* §. 344. Bei einem Dreieck, Fig 5, ist alsdann: $f = \frac{l \times h}{2}$. d. h.:

Man erhält die Oberfläche eines Dreiecks, wenn man die Grundlinie des Dreiecks mit seiner Höhe multiplizirt, und was herauskommt, mit 2 dividirt.

z. B. es sey $l = 10^{m}$ $h = 8^{m}$ so ist $f = 40\square^{m}$
$l = 10^{m}4$ $h = 8^{m}6$ „ $f = 44\square^{m}72$
$l = 10^{m}45$ $h = 8^{m}64$ „ $f = 45\square^{m}0940$

* §. 345. Bei einem Rechteck ist $f \times l = b$ d. h.:

Man erhält die Oberfläche eines Rechtecks, Fig. 2, wenn man die Länge mit der Breite multiplizirt, z. B.:

es sey $l = 10^m$	$b = 8^m$	so ist $f\ 80^{\square m}$
$l = 10,^m4$	$b = 8^m6$	$f\ 89^{\square m}44$
$l = 10,^m45$	$b = 8^m64$	$f\ 90^{\square m}1880$

* §. 346. Die Oberfläche eines Parallelogramms, Fig. 3, wird ebenso berechnet. Als Breite nimmt man nicht die schiefe kurze Seite, sondern die senkrechte Entfernung der beiden langen Seiten.

* §. 347. Um die Oberfläche eines Trapezes, Fig. 4, zu berechnen, multiplizirt man die halbe Summe der beiden parallelen Seiten mit ihrer senkrechten Entfernung.

* §. 348. Um die Oberfläche eines unregelmäßigen Vierecks, oder Fünfecks ꝛc. Fig. 6, zu erhalten, zerlegt man dasselbe in Dreiecke, berechnet jedes Dreieck, und addirt die Oberflächen der Dreiecke zusammen.

* §. 349. Um die Oberfäche eines regelmäßigen Vielecks ꝛc., Fig. 7, zu berechnen, zerlegt man dasselbe vom Mittelpunkt aus in Dreiecke.

* §. 350. Bei einem Kreis, Fig. 8, ist $u = \frac{d \times 314}{100}$ d. h.:

Man erhält den Umfang eines Kreises, wenn man den Durchmesser mit 314 multiplizirt, und was herauskommt, mit 100 dividirt.

es sey	$d = 100^{cm} = 1,^{m}00$,	so ist	$u = 314^{cm} = 3\,^{m}14$	
	$d = 200^{cm} = 2,^{m}00$		$u = 628^{cm} = 6,^{m}28$	
	$d = 40^{cm} = 0,^{m}40$		$u =$	$1,^{m}256$
	$d = 56^{cm} = 0,^{m}56$		$u =$	$1,^{m}7584$
	$d = 86^{m} = 0,^{m}086$		$u =$	$0,^{m}27004$
	$d = 3,^{m}05$		u	$9,^{m}577$

Bem. Der Umfang eines Kreises ist etwas über dreimal so groß, als sein Durchmesser.

*§. 351. Bei einem **Kreis** ist ferner: $d = \frac{u \times 100}{314}$ d. h.:

Um den **Durchmesser eines Kreises** zu finden, multiplizire man den Umfang mit 100 und dividire, was herauskommt, mit 314. Z. B.:

es sey	$u = 314^{cm} = 3,^{m}14$	so ist	$d = 100^{cm} = 1,^{m}00$	
	$u = 628^{cm} = 6,^{m}28$		$d = 200^{cm} = 2,^{m}00$	
	$u = 1200^{cm} = 12,^{m}00$		$d =$	$3,^{m}821$
	$u = 1,^{m}256$		$d =$	$0,^{m}4$
	$u = 1,^{m}7584$		$d =$	$0,^{m}56$
	$u = 1,^{m}000$		$d =$	$0,^{m}3184$

§. 352. Bei einem **Kreis** ist ferner: $f = \frac{u \times d}{4} = \frac{d \times d \times 314}{400}$

Das heißt: die **Oberfläche eines Kreises**, Fig. 8, erhält man, wenn man den Umfang mit dem Durchmesser multiplizirt, und was herauskommt mit 4 dividirt, oder: wenn man das Quadrat des Durchmessers mit 314 multiplizirt, und was herauskommt mit 400 dividirt. Die Oberfläche eines Kreises ist daher etwas mehr als $\frac{3}{4}$ von der Oberfläche des Quadrats, welches ihn umschließt.

es sey d = 100^{cm}, so ist u = 314^{cm}, also f = 7850 □cm
oder

		□Meter		□Meter
es sey d = $1,^m00$,	so ist d × d =	1,0000,	also f =	0 7850
d = $2,^m00$		4,0000	f =	3 1400
d = $3,^m00$		9 0000	f =	7 0650
d = $0,^m40$		0 1600	f =	0 1256
d = $1,^m086$		1,1794	f =	0 9258
d = $10,^m00$		100,0000	f =	78 50

* §. 353. Bei einem Kreis ist ferner: $d \times d = \frac{f \times 400}{314}$

d. h.: Man erhält das Quadrat des Durchmessers, wenn man die Oberfläche des Kreises mit 400 multiplizirt und was herauskommt mit 314 dividirt.

es sey f =	7850 □cm,	so ist d×d =	10000 □cm
f =	31400	d×d =	40000
f =	70650	d×d =	90000
f =	1256	d×d =	1600
f =	9258	d×d =	11794

* §. 354. Um die Oberfläche einer ringförmigen Scheibe, Fig. 10, das heißt, die Oberfläche zwischen zwei conzentrischen Kreisen zu erhalten, multiplizire man die halbe Summe der beiden Umfänge mit der Breite der Scheibe, das ist, mit dem gegenseitigen Abstande der beiden Umfänge, oder man ziehe die Oberfläche des kleinern Kreises von der Oberfläche des größern ab.

* §. 355. Die Mantelfläche eines Zylinders, Fig. 19, erhält man, wenn man den Umfang des Zylinders mit der Höhe des Zylinders multiplizirt.

$$f = u \times h$$

Es sey

d = $2,^m00$	h = $4,^m00$,	so ist u = $6,^m28$	also f = 25,12 □m
d = $0,^m40$	h = $0,^m60$	u = $1,^m26$	f = 0,7560 □m
d = $0,^m086$	h = $0,^m172$	u = $0,^m270$	f = 0 0464 □m
d = $1,^m25$	h = $0,^m80$	u = $3,^m925$	f = 3,1420 □m

* §. 356. Die Mantelfläche eines Kegels, Fig. 20, erhält man, indem man den Umfang der Grundfläche mit der schiefen Seite des Kegels multiplizirt und was herauskommt, mit 2 dividirt.

Es sey $d = 4{,}^{m}56$, $s = 3{,}^{m}00$ so ist $u = 14{,}^{m}32$ also $\frac{u \times s}{2} = 21{,}^{\square m}48$.

* §. 357. Die Oberfläche eines abgestutzten Kegels, Fig. 21, erhält man, wenn man die halbe Summe der beiden Umfänge mit der schiefen Seite des Kegels multiplizirt.

$$f = \frac{u' + u''}{2} \times s$$

Z. B.:

der Durchmesser der einen Kreisfläche sey $d' = 20^{cm}$, so ist $u' = 62{,}^{cm}8$

der Durchmesser der andern Kreisfläche sey $d'' = 10^{cm}$, so ist $u'' = 31{,}^{cm}4$

ferner sey die Seite $s = 30^{cm}$, so ist $f = 1413^{\square cm}$

* §. 358. Die Oberfläche einer Kugel, Fig. 23, findet man, indem man den Umfang der Kugel mit ihrem Durchmesser multiplizirt.

$$f = u \times d = d \times d \times \frac{314}{100}$$

Bem. 1. Die Oberfläche einer Kugel ist 4mal so groß, als die Oberfläche eines Central-Durchschnitts.

Bem. 2. Die Oberfläche einer Kugel ist auch eben so groß, als die Mantelfläche eines Zylinders, der sie umschließt.

			□Met.
es sey	$d = 1^{m}$,	so ist	$f = 3{,}14$
	$d = 2^{m}$,	„	$f = 12{,}56$
	$d = 3^{m}$,	„	$f = 28{,}26$

* §. 359. Bei einer Pyramide, Fig. 13, 16, oder einem Kegel, Fig. 20, ist $k = \frac{g \times h}{3}$ d. i.:

Um den Inhalt einer Pyramide oder eines Kegels zu erhalten, multiplizire man den Quadratinhalt der Grundfläche mit der Höhe und dividire mit 3.

Bei einem Kegel sey, z. B.:
der Durchmesser der Grundfläche $d = 10^{cm}$
die Höhe des Kegels $h = 9^{cm}$
so ist $g = \frac{10 \times 10 \times 314}{400} = 78{,}5^{\square cm}$
also $k = \frac{78{,}5 \times 9}{3} = 23{,}55^{K.cm}$

* §. 360. Bei einem Parallelepipedum, einem Prisma und einem Zylinder, Fig. 12, 14, 15, 19, ist

$$k = g \times h$$

D. h. Um den Inhalt eines solchen Körpers zu finden, multiplizire man die Grundfläche mit der Höhe.

Bei einem Zylinder z. B. sey
der Durchmesser der Grundfläche $d = 10^{cm}$
die Höhe des Zylinders $h = 9^{cm}$
so ist $g = \frac{10 \times 10 \times 314}{400} = 78{,}5^{\square cm}$
also $k = 78{,}5 \times 9 = 706{,}5^{K.cm}$
wenn $d = 1^{m}$, und $h = 1^{m}$ so ist $k = 0{,}785^{Km}$.

Bem. Eine Pyramide oder ein Kegel ist der 3te Theil von einem Prisma oder einem Zylinder von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe.

* §. 361. Den Inhalt der Masse eines hohlen Zylinders, Fig. 22, findet man, wenn man die Grund-

fläche der Masse, das heißt, die Oberfläche der ringförmigen Scheibe §. 354, mit der Höhe des Zylinders multiplizirt, oder, wenn man den Inhalt der zylindrischen Höhlung von dem Inhalte des ganzen Zylinders abzieht.

* §. 362. Den Inhalt einer Kugel, Fig. 24, findet man, indem man den Würfel des Durchmessers mit 314 multiplizirt, und was herauskommt, mit 600 dividirt, oder indem man die Oberfläche mit dem 6ten Theil des Durchmessers multiplizirt.

$$k = \frac{d \times d \times d \times 314}{600} = \frac{f \times d}{6}$$

Bem. Die Kugel ist also etwas mehr als die Hälfte von dem Würfel, welcher die Kugel einschließt

es sey $d = 1^m$, so ist $k = 0^{K.m}523..$
$d = 2^m$ $k = 4,^{K.m}186..$
$d = 3^m$ $k = 14,^{K.m}13$

* §. 363. Wenn man aus dem Inhalt einer Kugel den Würfel des Durchmessers finden will, so multiplizire man den Inhalt der Kugel mit 600 und dividire, was herauskommt, mit 314

$$d \times d \times d = \frac{k \times 600}{314}$$

* §. 364. Um den Inhalt eines abgestutzten Kegels, Fig. 21, zu finden, multiplizire man 1.) den größten Durchmesser mit sich selbst, 2.) multiplizire man auch den kleinsten Durchmesser mit sich selbst, 3.) multiplizire man den größten Durchmesser mit dem kleinsten, die Summe dieser 3 Zahlen multiplizire man mit 314 und mit der Höhe des Kegels und dividire, was herauskommt, mit 1200

$$k = \frac{(d' \times d' + d'' \times d'' + d' \times d'')}{1200} 314 \times h$$

Es sey $d' = 20^{cm}$ $d'' = 10^{cm}$, so ist $d' \times d' = 400$
$d'' \times d'' = 100$
$d' \times d'' = 200$
700

Es sey ferner $h = 6^{cm}$, so ist

$$k = \frac{700 \times 314 \times 6}{1200} = 1099^{K.cm}$$

*§. 365. Beim **Keil**, Fig. 17, sey die Länge des Haupts $= l$
" " Breite " $= b$
die Länge der scharfen Kante $= l'$
die Höhe des Keils oder die senkrechte Entfernung der scharfen Kante von dem Haupt $= h$
so ist der **Kubikinhalt** . $k = \frac{(l + l + l')}{6} b \times h$

Es sey $l = 14^m$, $l' = 8^m$ $b = 6^m$ $h = 7^m$
so ist $l + l + l' = 14 + 14 + 8 = 36^m$
also $k = \frac{36 \times 6 \times 7}{6} = 253^{K.m}$

* §. 366. Beim **abgestutzten Keil**, Fig. 18, seyen die Längen der parallelen Hauptflächen l, l'
die Breiten " " b, b'
die gegenseitige senkrechte Entfernung der beiden Hauptflächen h
so ist der **Kubikinhalt**

$$k = \frac{l \times b + l' \times b' + \frac{1}{2} (l \times b' + l' \times b)}{3} \times h$$

Es sey $l = 14^m$, $l' = 8^m$, $b = 6^m$, $b' = 2^m$ und $h = 7^m$,
so ist $l \times b = 14 \times 6 = 84$
$l' \times b' = 8 \times 2 = 16$
$\frac{l \times b' + l' \times b}{2} = \frac{14 \times 2 + 8 \times 6}{2} = 38$
also $k = \frac{138 \times 7}{3} = 322$ K.Met.

* §. 367. Auf dieselbe Weise wird der Kubikinhalt einer abgestutzten vierseitigen Pyramide berechnet.

* §. 368. Wenn die beiden parallelen Flächen eines abgestutzten Kegels einer abgestutzten Pyramide oder eines abgestutzten Keils in ihrer Größe nicht viel von einander verschieden sind, so findet man den Inhalt ohne großen Fehler und viel einfacher, wenn man die Durchschnittsfläche, welche in der Mitte zwischen den beiden parallelen Flächen liegt, mit der Höhe multiplizirt. Z. B.:

Der mittlere Umfang des abgekürzten Kegels sey $u = 1,^{m}63$
so ist der mittlere Durchmesser $d = 0,^{m}52$
die Durchschnittsfläche also $f = \frac{u \times d}{4} = 0,^{\square m}2119$
Die Höhe des abgestutzten Kegels sey ferner $h = 5,^{m}84$
so ist der Inhalt $f \times h = 1,^{Km}2375$

* §. 369. Die Oberfläche eines Kreises ist gegeben, man soll den Durchmesser dazu suchen. Man suche den Durchmesser durch Probiren, wie bei der Ausziehung der Quadratwurzel.

Beisp. Die Oberfläche des Kreises sey 1 □Meter.

Man sieht leicht ein, daß hier der Durchmesser etwas größer als 1 Meter seyn muß. Probirt man $1,^{m}2$ so findet man für die Oberfläche $\frac{1,2 \times 1,2 \times 314}{400} = 1,1304$ um 0,1305 zu groß.

1,1 gibt 1,9498 um 0,0502 zu klein.

Der Durchmesser liegt also näher an $1,^{m}1$ als an $1,^{m}2$

1,13 gibt 1,1021 um 0,0021 zu viel.
1,12 gibt 0,9847 um 0,0153 zu wenig.

Der Durchmesser liegt also fast $1,^{m}13$.

Wenn	die Oberfläche	$4^{\square m}$	ist,	so ist der	Durchmesser	nahe $2,^{m}26$
"	"	900′	"	"	"	$33,^{m}9$
"	"	0, 5	"	"	"	$0,^{m}8$
"	"	0, 25	"	"	"	$0,^{m}564$

* §. 370. Der Inhalt einer Kugel ist gegeben, man soll den Durchmesser dazu finden. Man suche den Durchmesser durch Probiren, wie bei der Ausziehung der Kubikwurzel.

Beisp. Der Inhalt einer Kugel sey 1 Kubikmeter oder 1000 Liter. Man sieht leicht ein, daß der Durchmesser etwas größer als 1 Meter seyn muß. Probirt man $1,^{m}2$, so findet man für den Inhalt $\frac{1,2 \times 1,2 \times 1,2 \times 314}{600} = 0,90$ .. um 0,90 zu wenig

1,3 gibt 1,14 .. um 0,14 zu viel

Der Durchmesser liegt also etwas näher an 1,2 als an 1,3

1,24 gibt 0,9977 um 0,0023 zu wenig
1,25 gibt 1,0221 um 0,0221 zu viel

Der wahre Durchmesser ist also nahe 1,24.

Welches ist der Durchmesser einer Kugel,

die 1	Liter oder	0.001	K.Meter hält?	A. $0,^{m}124$
" 100	"	0,1	"	A. $0,^{m}576$
" 25	"	0,025	"	A. $0,^{m}363$
" 0,5	"	0,0005	"	A. $0,^{m}098$

* §. 371. Der Inhalt eines Zylinders ist gegeben, und sein Durchmesser, man soll seine Höhe finden.

Man berechne aus dem Durchmesser die Grundfläche und dividire damit in den Inhalt. Z. B.:

Der Inhalt eines Gefäßes sey 1 Liter $= 0,^{Km}001$ der Durchmesser $0,^{m}08$ so ist $g = 0,^{\square m}005024$ also $h = \frac{0,001}{0,005024}$ $= 0,^{m}199$ oder nahe $0,^{m}20$.

* §. 372. Der Inhalt eines Zylinders ist gegeben und seine Höhe, man soll den Durchmesser finden.

Man dividire den Inhalt mit der Höhe, man erhält hierdurch die kreisförmige Grundfläche, zu dieser suche man alsdann durch Probiren den Durchmesser. Z. B.:

Der Inhalt sey 1 Liter oder $0,^{\text{Km}}001$, die Höhe $0,^{\text{m}}20$, so ist die Grundfläche $g = \frac{0,001}{0,20} = 0,^{\square\text{m}}0050$, wozu der Durchmesser nahe $0,^{\text{m}}080$ gefunden wird.

* §. 373. Der Inhalt eines Zylinders ist gegeben und das Verhältniß seines Durchmessers zu seiner Höhe, man soll den Durchmesser und die Höhe finden.

Man suche beide durch Probiren.

a. Den Durchmesser eines zylindrischen Gefäßes für Früchte finden, welches ebenso hoch als weit ist.

1tes Beisp. Der Inhalt sey 1 Kubikmeter oder 1000 Liter.

Der Durchmesser eines solchen Gefäßes muß offenbar etwas größer als 1 Meter seyn.

1,2 gibt	$g = 1,1304$	$k = 1,356\ldots$	
1,1 gibt	$g = 0,9498$	$k = 1,044\ldots$	um 0,044 zu viel
1,0 gibt	$g = 0,785$	$k = 0,785$	um 0,215 zu wenig

Der Durchmesser liegt daher viel näher an 1,1 als an 0,0.

1,08 gibt	$g = 0,9156$	$k = 0,9888$	um 0,0112 zu wenig
1,10 gab	$g = 0,9498$	$k = 1,044$	um 0,044 zu viel

Der Durchmesser liegt daher viel näher an 1,08 als an 1,10.

1,085 gibt	$g = 0,9238$	$k = 1,0023$	um 0,0023 zu viel
1,084 gibt	$g = 0,9224$	$k = 0,99988$	um 0,00012 zu wenig

$1,^{\text{m}}084$ ist also nahe richtig.

Welches ist der Durchmesser eines solchen Gefäßes, wenn es 1 Hektoliter oder 100 Liter halten soll? A. 0,503
½ Hektoliter oder 50 Liter „ „ A. 0,3993
¼ Hektoliter oder 25 Liter „ „ A. 0 317
⅛ Hektoliter oder 12.5 Liter „ „ A. 0,251

b. Um den Durchmesser eines zylindrischen Gefäßes für Flüssigkeiten zu finden, welches doppelt so hoch als weit ist, suche man den Durchmesser eines Gefäßes, welches eben so hoch als weit ist, und nur halb so viel enthält. Ein doppelter Liter für Flüssigkeiten hat denselben Durchmesser, wie ein einfacher Liter für trockene Sachen.

* Den Inhalt eines ganz unregelmäßigen Körpers bestimmen.

* §. 374. 1te Methode. Man fülle ein Gefäß mit Wasser genau voll und schütte das Wasser in ein zweites etwas größeres Gefäß. Alsdann bringe man den Körper in das erste Gefäß und schütte aus dem zweiten so viel Wasser darauf, daß es wieder genau voll wird. Das im zweiten Gefäß zurückgebliebene Wasser ist dem Körper an Inhalt gleich. Um den Inhalt dieses Wassers zu finden, darf man es nur messen oder wiegen. So viele Gramm es wiegt, so viele Kubik-Centimeter ist sein Inhalt, weil jeder Kubik-Centimeter Wasser einen Gramm wiegt.

Auf diese Weise bestimmt man den Kubikinhalt von kleinen Steinen, Sand, Holzwellen ꝛc.

* §. 375. 2te Methode. Man hänge den Körper mittelst eines starken Fadens an die eine Schale einer guten Waage und tarire ihn, das heißt, man lege auf die andere Waagschale so viel Sand oder kleine Steine ꝛc. daß die Waage im Gleichgewicht steht. So an der Waage

schwebend, senke man den Körper nun in Wasser und lege auf die Waagschale, woran er hängt, so viel Gewicht, daß die Waage wieder ins Gleichgewicht kommt. So viele Gramm dieses aufgelegte Gewicht beträgt, so viele Kubik-Centimeter enthält der Körper, weil jeder Kubik-Centimeter eines Körpers im Wasser einen Gramm von seinem Gewichte verliert.

Auf diese Weise bestimmt man den Inhalt von unregelmäßigen Körpern, die im Wasser untergeben. Z. B. von einem Stück Stein, Eisen, Kupfer, Messing, Zinn, Silber, Gold.

Um den Inhalt eines Gefäßes genau zu bestimmen, tarire man das Gefäß und wiege, wie viel Wasser es hält, so viele Gramm das Wasser wiegt, so viele Kubik-Centimeter ist der Inhalt des Gefäßes.

* §. 376. Das eigenthümliche oder spezifische Gewicht eines Körpers bestimmen.

Das eigenthümliche oder spezifische Gewicht eines Körpers ist das Gewicht eines Kubik-Centimeters oder Milliliters in Gramm, oder das Gewicht eines Kubik-Dezimeters oder Liters in Kilogramm. Z. B. Das spezifische Gewicht vom Gußeisen ist 7,2, das heißt,
1 Kubik-Centimeter Gußeisen wiegt 7,^{gr} 200
oder 1 Kubik-Dezimeter „ „ 7,$^{K\ gr.}$200.
Das spezifische Gewicht des Rüböls ist 0,920 das heißt
1 Milliliter Rüböl wiegt 0,$^{gr.}$920
oder 1 Liter „ „ 0,$^{K.gr.}$920

* §. 377. Das spezifische Gewicht des Wassers ist 1 oder 1 000 das heißt 1 Kubik-Centimeter oder Milliliter

Wasser wiegt 1 Gramm, oder 1 Kubik-Dezimeter oder 1 Liter Wasser wiegt 1 Kilogramm.

* §. 378. Das Gewicht von einer bestimmten Menge zum Beispiel von 13 Liter nennt man das absolute Gewicht dieser Menge.

* §. 379. Um das eigenthümliche Gewicht einer Flüssigkeit z. B. des Rüböls zu bestimmen, wiege man einen Liter Rüböl; Man findet 0,$^{K.gr.}$920. 0,920 ist daher das eigenthümliche Gewicht des Rüböls.

* §. 380. 2te Methode. Man stelle auf die eine Waagschale ein Glas von beliebiger Größe mit enger Oeffnung, am besten ein Glas mit einem eingeriebenen Stöpsel, und tarire dasselbe mit Sand oder einem andern Körper. Alsdann fülle man das Glas mit der zu bestimmenden Flüssigkeit und wiege sie ab. Hernach fülle man das Glas auch mit reinem Wasser und wiege auch dieses ab. So viele Gramm das Wasser wiegt, so viele Kubik-Centimeter oder Milliliter hält das Glas. Man dividirt daher das Gewicht der Flüssigkeit mit dem Gewichte des Wassers, um das Gewicht von einem Kubik-Centimeter oder Milliliter zu finden.

Z. B. Die Flüssigkeit wiege 296 Gramm, das Wasser 320 Gramm, so wiegt 1 Kubik-Centimeter oder Milliliter der Flüssigkeit 296 : 320 = 0,^{gr} 925, ein Liter also 0,$^{K.gr.}$925.

* §. 381. 3te Methode. Man hänge ein Stück Blei oder Eisen oder Glas von etwa einem halben oder ¼ ℔ mittelst eines Fadens oder Pferdehaars an die eine Waagschale einer feinen Waage und tarire den Körper etwa mit Sand wie oben §. 375.

Alsdann fülle man ein Schoppenglas mit Wasser, senke den Körper an der Waage schwebend hinein und lege so viel Gewicht auf die Waagschale, als nothwendig ist, um sie wieder ins Gleichgewicht zu bringen. So viele Gramm man auflegen mußte, so viele Gramm wiegt das Wasser, dessen Platz der Körper einnimmt, und eben so viele Kubik-Centimeter ist der Inhalt des Körpers.

Nun fülle man das Schoppenglas mit der zu bestimmenden Flüssigkeit und verfahre wie beim Wasser. Das bei der Flüssigkeit aufgelegte Gewicht mit dem beim Wasser aufgelegten Gewichte dividirt, gibt das spezifische Gewicht der Flüssigkeit. Z. B.:

Der Gewichtsverlust des Körpers im Wasser sey 150 Gramm
" " im Weingeist 132 Gramm
so ist das eigenthümliche Gewicht des Weingeists 0,880

* §. 382. Um das eigenthümliche Gewicht eines festen Körpers zu bestimmen, verschaffe man sich ein regelmäßiges Stück von demselben, messe es aus und berechne seinen Inhalt in Kubik-Centimetern. Alsdann wiege man denselben und dividire das in Gramm ausgedrückte Gewicht mit dem berechneten Inhalte. Der Quotient zeigt an, wie viele Gramm ein Kubik-Centimeter Masse wiegt. Z. B.: Ein regelmäßiges Stück Sandstein sey 20 Meter lang, 15 Centimeter breit und 8 Centimeter dick und wiege 5,$^{K \cdot gr}$280 oder 5280 Gramm, so ist der Kubikinhalt $20 \times 15 \times 8 = 2400$ Kubik-Centimeter und das Gewicht von einem Kubik-Centimeter also $5280 : 2400 = 2,^{gr\cdot}200$.

* §. 383. Wenn man sich kein regelmäßiges Stück verschaffen kann, so wiegt man ein unregelmäßiges Stück in der Luft ab, untersucht wie viel es im Wasser

von seinem Gewichtie verliert §. 375 und dividirt das absolute Gewicht des Körpers in der Luft mit seinem Gewichtsverlust im Wasser. Z. B.: Ein Stück Gußeisen wiege in der Luft 972 Gramm und verliere im Wasser 135 Gramm, so ist das eigenthümliche Gewicht des Gußeisens 972 : 135 = 7,200.

* §. 384. Das spezifische Gewicht von Holzarten kann man auch auf folgende Weise bestimmen:

Man verfertige einen Stab von jeder Holzart, der überall vollkommen gleiche Dicke hat, und einen Meter lang ist. Einen solchen Stab senke man gerade ins Wasser, sinkt er $0,^{m}600$ tief ein, so ist das spezifische Gewicht der Holzart 0,600, oder ein Kubikdezimeter wiegt 0,600 Kilogramm.

* §. 385. Kennt man das eigenthümliche Gewicht eines Körpers und den Inhalt durch Ausmessung, so findet man das absolute Gewicht, indem man den Inhalt mit dem eigenthümlichen Gewichte multiplizirt. Z. B.: Da ein Liter Rüböl 0,92 Kilogramm wiegt, so wiegen 250 Liter Rüböl 0,92 × 250 = 230 Kilogramm.

* §. 386. Kennt man das eigenthümliche Gewicht eines Körpers und das absolute Gewicht durch Abwiegung desselben, so kann man den Kubikinhalt finden, indem man das absolute Gewicht mit dem eigenthümlichen Gewichte dividirt. Z. B.: Wenn ein Stück Gußeisen 9720 Gramm wiegt, so ist sein Kubikinhalt 9720 : 7,2 = 1350 Kubik-Centimeter.

§. 387. Vermischte Beispiele.

1.) Eine Dachfläche ist unten $18,^{m}20$ und oben $14,^{m}08$ breit, die schiefe Höhe ist $7,^{m}65$, welches ist die Oberfläche? Antw. 123,47 □Meter. §. 347.

Wie viele Ziegel braucht man zur Bedeckung, wenn jeder Ziegel eine Fläche bedeckt, die 14 Centimeter breit und 16 Centimeter hoch ist? Antw. 5512 Ziegel.

2.) Ein 8eckiges Gartenhaus soll mit gewalztem Zink gedeckt werden. Jedes Dreieck der Dachfläche ist am Rand des Daches $2,^{m}40$ lang und $3,^{m}42$ hoch, welches ist die Oberfläche des ganzen Daches? A. 32 832 □Meter. §. 344.

Was kostet die Bedeckung, wenn der Quadratmeter Zinkblech 4 Kilogramm wiegt und der Kilogramm 32 kr. kostet? Antw. 70 fl. 2 kr.

Was würde eine Bedeckung mit Kupfer kosten, da der Quadratmeter vom dünnsten Kupferblech $4,^{K.gr}5$ wiegt und der Kilogramm 1 fl. 44 kr. kostet? A. 256 fl. 5 kr.

3.) Der Umfang eines Baums ist $2,^{m}78$, wie groß ist sein Durchmesser? Antw. $0,^{m}885$. §. 351.

4.) Der Umfang der Erde ist 5400 geogr. Meilen, wie groß ist ihr Durchmesser? A. nahe 1720 geogr. Meilen. §. 351.

5.) Der Umfang der Erde ist 40000000 Meter, welches ist ihr Durchmesser in Metern? Antw. Nahe 12740000 Meter. §. 351.

6.) Wie viele Quadratmeter Blech sind zu einer Dachröhre von 34 Centimeter Umfang und $15,^{m}30$ Länge nothwendig? Antw. 5,2020 □Meter. §. 355.

7.) Der Durchmesser der Erde ist 1720 Meilen, ihr Umfang 5400 Meilen, wie viele Quadratmeilen enthält ihre Oberfläche? Antw. 9288000 Quadratmeilen. §. 358.

8.) Ein zylindrischer Baumstamm von $3^{m}28$ Länge hat $0,^{m}84$ im Durchmesser, welches ist sein Kubikinhalt?

Antw. nahe 1 817 Kubikmeter. §. 360.

9.) Der Liter soll gesetzlich $8,^{cm}6$ Durchmesser und $17,^{cm}2$ Höhe haben, ist dies richtig? A. ja, denn.... §. 360.

10.) Ein kupferner Thurmknopf hat 0,^{m}90 im Durchmesser, wie groß ist seine Oberfläche? A. 2,5434 □Meter. §. 358.

Wenn der Quadratmeter Kupferblech 10 Kilogramm wiegt, wie viel wiegt der Knopf? A. 25,434 Kilogramm.

Was kostet derselbe, den Kilogramm verarbeitetes Kupfer zu 1 fl. 54 kr. gerechnet? A. 48 fl. 19 kr.

Welches ist der Inhalt des Knopfes in Liter?
A. 381 Liter. §. 362.

11.) Welches ist die Oberfläche eines Luftballons von 6 Meter im Durchmesser? Antw. 113,04 □Meter. §. 358.

Wie viele Bogen Papier von 42 Centimeter Länge und 34 Centimeter Breite braucht man dazu?
Antw. 792 Bogen.

Wie viel wiegen diese 792 Bogen, wenn 10 Buch zu 24 Bogen 3 Kilogramm wiegen? Antw. 9,$^{K.gr.}$900.

Welches ist der Kubikinhalt des Luftballons?
Antw. 113 Kubikmeter. §. 362.

Wie viel wiegt die athmosphärische Luft in dem Ballon, da dieselbe 800mal leichter ist, als Wasser? Antw. 141 Kilogramm und 250 Gramm oder fast 300 Pfund.

12.) Ein Brunnen soll 10 Meter tief werden und einen innern Durchmesser von 1,^{m}20 erhalten; das Mauerwerk soll aus Hausteinen aufgeführt und 0,^{m}25 dick werden.

Welches ist der innere Umfang des Mauerwerks?
Antw. 3,^{m}768. §. 350.

Welches ist der äußere Umfang des Mauerwerks?
Antw. 5,^{m}338. §. 350.

Welches ist die innere Fläche des Mauerwerks?
Antw. 37,68 □Meter. §. 355.

Welches ist der Quadratinhalt der vom äußern Umfang eingeschlossenen Kreisfläche? A. 2,2686 □Meter. §. 352.

Welches ist der Quadratinhalt der vom innern Umfang eingeschlossenen Kreisfläche? Antw. 1,1034 □Meter. §. 352

Die Grundfläche des Mauerwerks ist daher
1,1382 □Meter.

Welches ist der Kubikinhalt der auszuwerfenden Erde?
Antw. 22,686 K.Meter. §. 360.

Welches ist der Kubikinhalt des Mauerwerks?
Antw. 11,382 K.Meter. §. 361.

22,686 Kubikmeter Erde auszuwerfen, den K.Meter zu 15 kr. kosten 5 fl 40 kr. §. 228.

11,382 K.Meter Mauerwerk von Hausteinen für Material und Arbeit den K.Meter zu 7 fl. kosten 79 fl. 40 kr. §. 228.

Für Bearbeitung der innern Fläche von 37,68 □Meter den □Meter zu 1 fl. 30 kr. gerechnet. 56 fl. 25 kr. §. 228.

13.) Ein Baustamm von 8,^{m}36 Länge hat an dem einen Ende 0,^{m}94, an dem andern 0^{m}74 Durchmesser, welches ist sein Kubikinhalt? Antw. Nahe 4,630 Kubikmeter. §. 368.

14.) Ein Baum von 20 Fuß Länge hat in der Mitte 76 Dezimalzolle Umfang, welches ist sein Kubikinhalt in Dezimal-Kubikzollen? Antw. 91960 Dezimal-Kubikzoll oder 91 K.Fuß und 960 K.Zoll. §. 368.

15.) Der Durchmesser der Erde ist 1720 Meilen, wie viele Kubikmeilen enthält dieselbe? Antw. 2663000000 Kubikmeilen. §. 362.

16.) Welches ist der Inhalt der Erde in Kubikmetern, da der Umfang 40 Millionen Meter und der Durchmesser nahe 12740000 Meter ist? A. 1082 Trillionen Kubikmeter §. 362.

17.) In einem Brunnen von 1,20 Meter Durchmesser steht das Wasser 2,40 Meter tief, wie viele Liter Wasser sind darin? A. Nahe 2713 Liter oder 2,713 K.Meter. §. 360.

18.) Welches ist der Kubikinhalt des Eisens an einem Rohre von 12 Centimeter äußerm Durchmesser, 10 Centimeter innerem Durchmesser und 80 Centimeter Länge?
Antw. 2763 Kubik-Centimeter §. 361.

19.) Ein runder Thurm von 18,40 Meter Höhe hat im Innern einen Durchmesser von 2,10 Meter, das Mauerwerk ist 78 Centimeter dick, welches ist der Kubikinhalt der Mauer? A. 129,766 K.Meter. §. 361.

20.) Ein Zuber ist 50 Centimeter hoch, am Boden 60 Centimeter, und an dem obern Rande 66 Centimeter weit, welches ist sein Kubikinhalt in Litern? A. Nahe 158 Liter. §. 368.

21.) Ein Becher ist 12 Centimeter hoch, der Boden hat 7 Centimeter, die Oeffnung 9 Centimeter im Durchmesser. Welches ist die Fläche des Bodens?

Antw. 38,46 □Centimeter. §. 352.

Welches ist die Mantelfläche des Bechers, da die Seite desselben auch nahe 12 Centimeter hoch ist?

A. 301 □Centimeter. §. 357.

Welches ist sein Inhalt? Antw. 603 K.Centimeter oder 603 Milliliter. §. 368.

22.) Ein Damm ist 40^{m} lang, $4,^{m}20$ hoch, unten $8,^{m}2$ und oben $4,^{m}60$ breit, welches ist die Fläche eines Querschnitts? Antw. 26,8800 □Meter §. 347.

Welches ist sein Kubikinhalt? Antw. 1075,200 Kubik-Meter §. 366.

Wie viel kostet derselbe, den Kubikmeter zu 20 kr. gerechnet? Antw. 358 fl. 24 kr. §. 228.

Wie viele Quadratmeter Wiesenfeld muß man ausheben, um den Grund dafür herbeizuschaffen, wenn man die Wiesen $0,^{m}60$ tief aushebt? Antw. 1792 □Meter oder 17 Aren und 92 Centiaren. §. 267.

Anhang.

Von Maaßen, Gewichten und Münzen.

I. Fußmaaße.

Baden, ein Fuß ist . . .	0m3000
Bayern	0, 2919
Preußen	0, 3139
England	0, 3048
Frankfurth a/M	0, 2864
Pariser Fuß	0, 3248
Nürnberg	0, 3043
Rheinländischer Fuß . . .	0, 3138
Rheinbayern	0, 3333
Rußland	0, 5382
Speier	0, 289
Wien	0, 3161
Würtemberg	0, 2865

II. Ellenmaaße.

Amsterdam	0m6903
Augsburg große Elle . . .	0, 6064
" kleine Elle . . .	0, 5924
Baden	0, 6000
Bayern	0, 8330
Preußen	0, 6677
Brabanter Elle in Deutschland . .	0, 6914
Dresden	0, 5662
England kleine Elle . . .	0, 9147
" große Elle . . .	1, 1435

Frankfurth am Main . . .	0^m5396
Frankreich alte Aune . . .	1, 1884
Hamburg	0, 5730
Leipzig	0, 5653
Mannheim	0, 5579
Nordamerika Jards	0, 9147
Nürnberg	0, 6566
Rheinbayern	0, 6000
Schlesien	0, 5790
Wien	0, 7792
Würtemberg	0, 6142

III. Meilenmaaß.

	Eine Meile hält Par. Fuß	Auf einen Grad gehen
Bayerische Chaussée-Meile	22826,60	14,9847
Deutsche geographische	22803,29	15
Englische neue	4963,23	68,9167
„ Seemeile	5717,13	59,8288
Französische Lieue	13681,97	25
„ neue Seemeile	17102,47	20
Italienische	5717,13	59,8288
Russische Werste	3288,2	104,0265

IV. Getränkmaaße.

		Liter.
Baden	eine Maaß	1,5
	Stütze = 10 Maaß	15,0
	Ohm = 10 Stützen	150,
	Fuder = 10 Ohm	1500,
Bayern	Maaß	1,0690
	Visireimer = 64 Maaß	68,4179
	Schenkeimer = 60 Maaß	64,1418
Berlin	Quart	1,1704
England	Pints	0,4735
	Gallon = 8 Pints	3,7888
Rheinbayern	Liter	1,0000
Wien	Maaß	1,4150
	Eimer = 40 Maaß	56,6006
Würtemberg	Maaß	1,8370
	Imi = 10 Maaß	18,3705
	Eimer = 16 Imi	293,9276
	Fuder zu 6 Eimer	1763,566

V. Getraidemaaße.

		Liter.
Baden	Sester	15
	Malter = 10 Sester	150
	Zuber = 10 Malter	1500
Bayern	Metzen	37 0597
	Schäffel = 6 Metzen	222 3582
Preußen	Metzen	3,4205
	Schäffel = 16 Metzen	54 7276
England	Bushel	35,7253
	Last = 80 Bushel	2858,0256
Frankreich	Hektoliter	100,
Rheinbayern	Hektoliter	100,
Wien	Metzen	61,4995
	Muth = 30 Metzen	1844,985
Würtemberg	Simmern	22,1534
	Schäffel = 8 Simmern	177,2272

VI. Gewichte.

		Kilogr.
Amsterdam	Pfund Handelsgewicht	0,4942
Baden	Pfund	0,5
	1 Stein = 10 ℔	5,
	1 Zentner 100 ℔	50,
Bayern	altes Pfund	0,5617
	neues "	0,5600
Preußen	Pfund Handelsgewicht	0,4686
England	Pfund Königsgewicht	0,6809
	" Avoir du poids	0,4539
	" Troy Gewicht = 12 Unzen	0 3734
Frankfurt am Main	Pfund Zentnergewicht	0,5094
	" Handelsgewicht	0,4673
Frankreich	altes Pfund Poids de Marc = 2 Mark	0,4895
	neuer Kilogramm	1,
Hamburg	Pfund Handelsgewicht	0,4846
Köln	Mark	0,2338
	Pfund = 2 Mark	0,4677
Leipzig	Pfund Handelsgewicht	0,4671
Nürnberg	Pfund Handelsgewicht	0,5096
	deutsches Apothekergewicht	0,3579
Rheinbayern	Kilogramm	1,0000
Schlesien	Pfund Handelsgewicht	0 5302
Wien	Pfund Handelsgewicht	0 5604
Würtemberg	Pfund	0,4677

VII. Flächenmaaße.

	Q.Meter oder Centiaren.
Bayer. Tagwerk = 400 bayer. □Ruthen	3407
Nürnberger oder rheinländisch. Morg. = 160 □R.	3810
Zweibrücker Morgen = 128 □Ruthen	2540
Speyerer Morgen = 120 □Ruthen	2568

VIII. Holzmaaße.

	K.Meter od. Stere
1 Klafter zu 144 bayer. Kubikfuß	3,580
1 Klafter zu 126 bayer. Kubikfuß	3,133

IX. Münzen.

			Werth im 24 fl. Fuß. fl.	kr.	Pf.
Bayern	Gold	Karolin	11	—	—
		Max d'or	7	20	—
		Dukate	5	28	3
	Silber	Bayer. Kronenthaler	2	42	—
		„ Konventionsthaler	2	24	—
England	Pfund Sterling (eingebildete Münze)		11	—	—
	Gold	Guinée = 21 Schilling	12	13	3
		Souverain = 20 Schilling	11	38	3
	Silber	Crown, oder Krone von 5 alten Schillingen	2	51	1
		Schilling	—	34	1
	Krone	seit 1818	2	40	3
	Schilling seit 1818		—	32	1
Frankreich	Gold	40 Frankenstück	18	28	3
		20 „	9	14	1
	Silber	5 Franken	2	18	2
		1 Frank	—	27	3
Genua	Gold	Zechine	5	32	3
Holland	Gold	Dukate	5	30	3
		20 Guldenstück von 1808	19	55	3
		10 „ von 1808	9	58	—
		Wilhelmsd'or	9	35	3
Nordamerikanische Freistaaten					
	Gold	Doppel-Adler = 10 Dollars	25	30	1
	Silber	Dollar	2	25	1

			Werth im 24 fl. Fuß. fl.	kr.	Pf.
Portugal	Gold	Meia dobra von 6400 Reis	20	54	3
	Silber	neue Cruzado = 480 Reis	1	21	2
		1000 Reis	2	49	3
Preußen	Gold	Friedrichsd'or	9	36	3
	Silber	Thaler	1	43	—
Rußland	Gold	Imperial = 10 Rubel	19	4	2
	Silber	Rubel = 100 Kopeken	1	51	—
Sachsen	Silber	Konventionsthaler	2	24	—
		Thaler = 24 Groschen (eingebildete Münze)	1	48	—
Spanien	Real de Vellon		—	7	2
	Silber	Piaster = 20 Realen	2	30	2
Türkei	Piaster		—	40	—
	Beutel = 500 Piaster		333	20	—

Vor dem Gebrauche dieses Buchs bittet man folgende Fehler zu verbessern.

Seite 99 Zeile 13 von oben, anstatt 18 lies 16.
" " " 2 von unten, anstatt 1,35 lies 1 25.
" 108 " 2 von unten, anstatt 170 lies 190.
" " " 1 von unten, anstatt 2260 lies 2276.
" 110 " 7 von unten, anstatt 076 lies 876.
" 115 " 3 von oben, anstatt 15 fl. lies 17 fl.
" 116 " 5 von oben, anstatt 15 fl. lies 17 fl.
" " " 9 von oben, anstatt 35 ℔ L. 27 1 Q. lies 35 ℔ 27 L. 1 Q.
" 121 " 3 von oben, anstatt 57 lies 87.
" " " 12 von unten, anstatt 076 lies 876.
" " " 2 von unten, anstatt 715 8 lies 695 8.
" 122 " 10 von oben, anstatt 525·7787 lies 554,7787.
" " " 20 von oben, anstatt 136,8 lies 132,8.
" 125 " 1 von unten, anstatt 10 fl. 44 kr. 3 Pf. lies 10 fl. 44 2 Pf.
" 128 " 6 von oben, anstatt 110 fl. 3 kr. lies 110 fl. 6 kr.
" " " 12 von oben, anstatt 1 fl. 32 kr. 3 Pf. lies 1 fl. 32 kr.
" " " 13 von unten, anstatt einen Ballen lies ein Rieß.
" 129 " 13 von unten, anstatt 2 fl. 20 kr. lies 2 fl. 56 kr.
" 131 " 4 von unten, anstatt 168 Fäßchen lies 68 Fäßchen.
" 133 " 12 von oben, anstatt 20,72 lies 19,97.
" " " 13 von oben, anstatt 32,33 lies 33,33.
" 134 die Rechnung über Flüssigkeiten ist durchzustreichen.
" " im Beispiel *c lies anstatt 20 Zentner — 2 Zentner.
" " " " anstatt 36 fl. — lies 36 fl. 10 kr.
" " " und anstatt 762 fl. 13 kr. lies 762 fl. 23 kr.
" 136 Zeile 5 von oben, anstatt 00,^{met}25 lies 11,^{m}25.
" " " 2 von unten, anstatt 45 lies 54.
" " " und anstatt 54 lies 45.
" 137 " 3 von oben, anstatt 4,$^{H.lit}$20 lies 4,$^{H.lit.}$21.
" " " 12 von unten, anstatt 1301 lies 51.
" " " 10 von unten, anstatt 18 lies 17.

Seite 138 Zeile 9 von unten, anstatt 35,35 lies 35,25.

„ „ „ 6 von unten, anstatt 7 fl. — lies 7 fl. 12 kr.

„ „ „ 5 von unten, anstatt 5 fl. — lies 5 fl. 40 kr.

„ 153 „ 6 von unten, anstatt 2,4000 lies 2,0000.

„ 154 „ 4 von oben, anstatt 0,25 lies 5,25.

„ 156 Beispiel f. 1.) anstatt 0,696740 lies 0,702240.

„ „ „ 3.) anstatt 5225,000 lies 5200,000.

„ „ „ 4.) anstatt 3932,500 lies 4882,500.

„ 157 Zeile 16 von oben, anstatt 52200000 lies 5650000000

„ „ „ „ von oben, anstatt 5220 lies 565000.

„ „ „ 3 von unten, anstatt 6213 lies 62,03.

„ 183 im Beisp. Nro. 6 anstatt $1\frac{1}{3}$ lies $1\frac{2}{3}$.

„ 184 „ Nro. 34 anstatt 0,86 lies 0,84.

„ „ „ Nro. 43 anstatt 0,300 lies 6,300.

„ „ „ Nro. 49 nach 50 Meter lies 2 fl. 5 kr.

„ „ „ Nro. 50 anstatt 7 fl. 18 lies 7 fl. 28 kr.

„ „ „ Nro. 54 anstatt 3 ℔ 5 L. lies 7 ℔ 5 L.

„ „ „ Nro. 55 anstatt 5 fl. 24 kr. lies 4 fl. 24 kr.

„ „ „ Nro. 56 anstatt 5 fl. 20 kr. lies 5 fl. 40 kr.

„ 185 „ Nro. 1 anstatt 4 Stücke lies 10 Stücke.

„ 186 das Beispiel Nro. 9 ist durchzustreichen.

„ 187 das Beispiel Nro. 39 ist ebenfalls durchzustreichen.

„ 192 Zeile 13 von unten, anstatt 25 fl. lies 315 fl.

„ 203 „ 12 von unten, anstatt Man sehe lies Man suche.

„ 211 Beispiel Nro. 33, anstatt 33 fl. lies 27 fl. Zinsen.

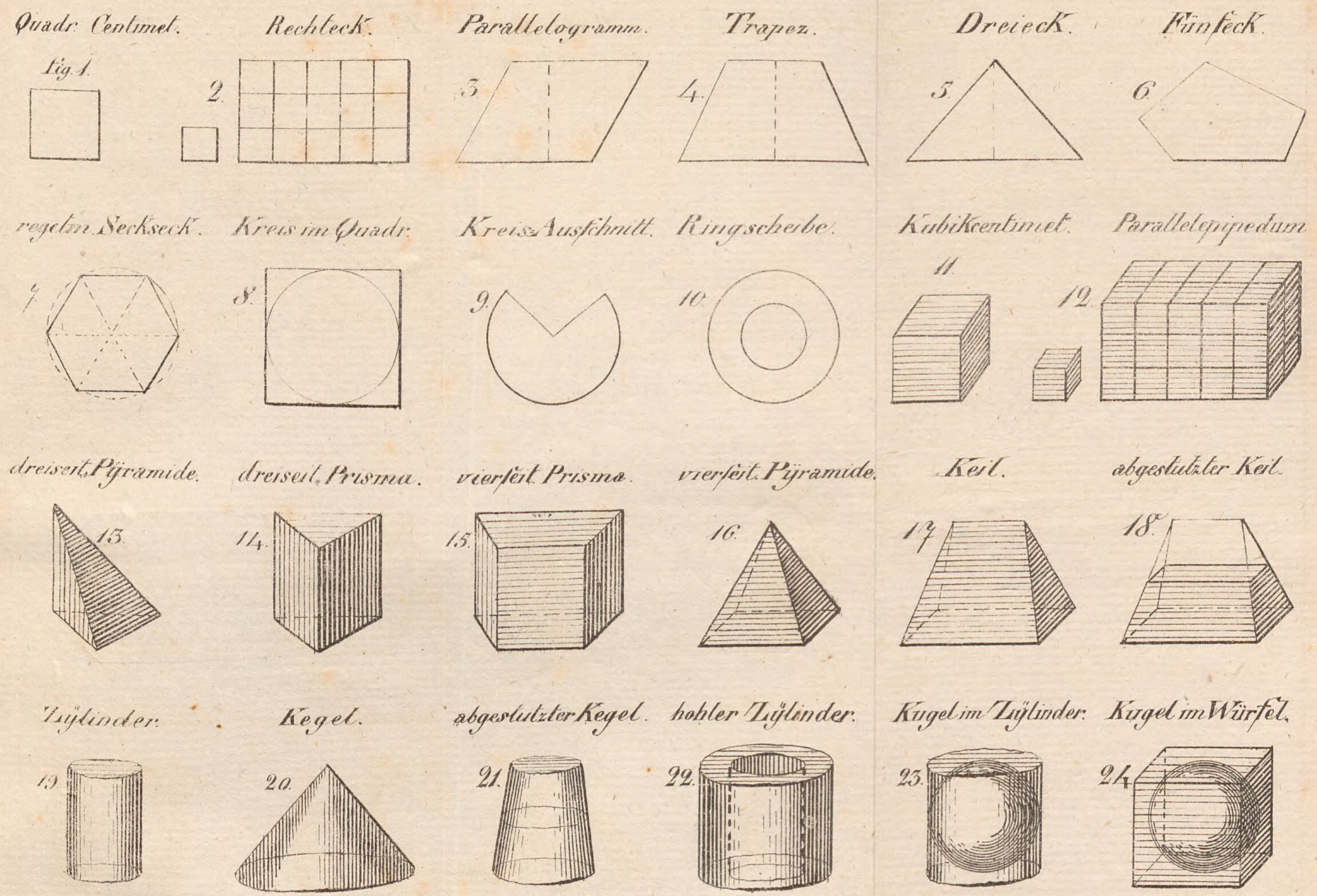
„ 212 Beispiel Nro. 10, anstatt 48 lies 40.

„ „ das Beispiel Nro. 21 ist durchzustreichen.

„ 213 Beispiel Nro. 25, anstatt 73 lies 75.

„ 219 Zeile 10 von oben, anstatt 23 55 lies 235,5.

„ „ „ 7 von unten, anstatt 7065 lies 706,5.


Quadr. Centimet.
Rechteck.
Parallelogramm.
Trapez.
Dreieck.
Fünfeck.
Fig. 1.
2.
3.
4.
5.
6.
regelm. Sechseck.
Kreis im Quadr.
Kreis=Ausschnitt.
Ringscheibe.
Kubikcentimet.
Parallelepipedum.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
dreiseit. Pyramide.
dreiseit. Prisma.
vierseit. Prisma.
vierseit. Pyramide.
Keil.
abgestutzter Keil.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
Zylinder.
Kegel.
abgestutzter Kegel.
hohler Zylinder.
Kugel im Zylinder.
Kugel im Würfel.
19.
20.
21.
22.
23.
24.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schwerd, Friedrich Magnus,

Rechenbuch mit besonderer Rücksicht auf die metrischen Maaße und Gewichte für Schulen, Bau-, Forst- und Gewerbsleute

Speyer 1828

Math.p. 522 m
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082811-0